

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЬЦА РОЛИКОВОГО ПОДШИПНИКА И РОЛИКА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ БУССИНЕСКУ

Клебанов Я.М., Петров В.Р., Адеянов И.Е.

Самарский государственный технический университет, г. Самара

Ключевые слова: цилиндрический роликовый подшипник, краевые концентраторы, пик напряжений, контактное давление, профиль ролика, контактное сближение.

Аннотация. Излагается модифицированный метод расчета контактных давлений по теории, основанной использовании уравнения Буссинеску. Оценивается его эффективность и приводятся результаты численного моделирования распределения давления в контакте ролика с дорожкой качения внутреннего кольца цилиндрического роликового подшипника для различных профилей ролика, нагрузок, углов перекоса. Показано, что логарифмический профиль создаёт наименьшую концентрацию давления на концах ролика.

SOLVING THE PROBLEM OF CONTACT INTERACTION OF A ROLLER BEARING RING AND A ROLLER BASED ON THE BOUSSINESCU EQUATION

Klebanov J.M., Petrov V.R., Adejanov I.E.

Samara State Technical University, Samara

Keywords: cylindrical roller bearing, edge concentration, stress, contact pressure, roller profile, body contact.

Abstract. A modified method of normal contact pressure determination based on the Boussinesque equations is represented. Efficiency of the method is estimated and results of numerical simulation of normal contact pressure distribution in roller–inner raceway contact of cylindrical roller bearing are considered for various roller profiles, loads and skewing angles. It is shown that the logarithmic profile allows to minimize pressure concentration at roller edges.

Введение

Долговечность цилиндрического роликового подшипника в значительной степени зависит от величины нормальных давлений в контакте ролика с дорожками качения внутреннего и наружного колец [1-4]. Для нахождения значений средних по длине ролика контактных давлений часто используются зависимости, полученные Герцом [5, 6]. При эксплуатации между кольцами и роликами возникает перекос и распределение нагрузки вдоль длины образующей ролика становится неоднородным, что не учитывается в уравнениях теории Герца. Неоднородность влияет на долговечность и динамику движения деталей подшипника. Для учёта неоднородности распределения контактного давления в работах [7, 8] было предложено разбивать ролик по длине на участки, или диски, полагая, что в пределах одного участка давление, силы и деформация постоянны и могут быть рассчитаны по формулам Герца. На основе этого был решен целый ряд задач по определению давления в контакте роликов с дорожками качения и распределения нагрузки между телами качения при различных углах перекоса и радиальных зазорах, однако это не позволило объяснить наблюдаемый на практике повышенный износ вблизи краёв ролика. Этот износ вызван

концентрацией давлений, которая при таком подходе не учитывается. Следующим шагом в развитии метода участков стало разбиение области контакта двумерной сеткой и учет того факта, что деформации и давления на соседних участках области контакта связаны друг с другом, причём степень зависимости одного участка от другого определяется расстоянием между центрами участков. Такой метод, основанный на использовании уравнения Буссинеску, был предложен в работе [9] и усовершенствован в работах [10-12]. В настоящей работе рассматривается модификация метода Хартнетта [11, 12], повышающая его эффективность в расчетах с использованием современных вычислительной техники, и его приложение к решению ряда практических задач.

Метод решения задачи

В основе методики решения задачи лежит использование интеграла Буссинеску для давлений и перемещений в контакте упругого тела с жёстким полупространством [11, 12].

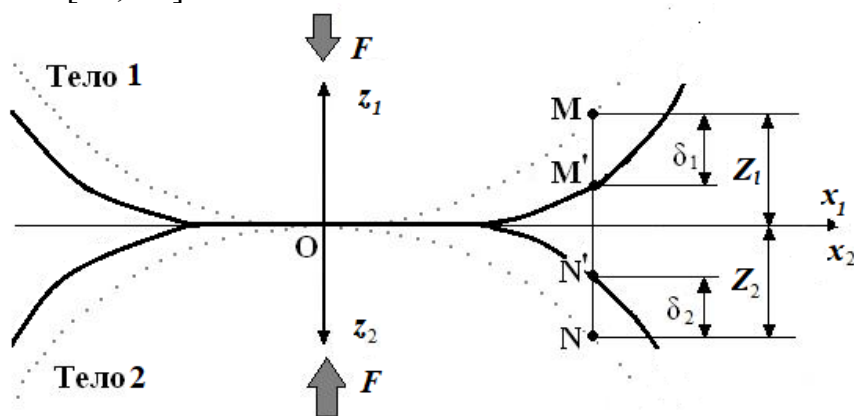


Рис. 1. Контакт двух упругих тел

На рисунке 1 показан контакт двух упругих тел до (пунктиром) и после (сплошной) приложения нагрузки. Интеграл Буссинеску устанавливает зависимость между деформацией в произвольной точке области контакта и распределением давления по этой области. Для контакта двух упругих тел, изображённого на рисунке 1, в соответствии с этой зависимостью можно получить:

$$Z_1' + Z_2' + \left(\frac{(1-\varepsilon_1^2)}{\pi E_1} + \frac{(1-\varepsilon_2^2)}{\pi E_2} \right) \iint_A \frac{p(x',y')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} dx' dy' = \alpha(1)$$

где z_1' – расстояние от точки на поверхности недеформированного тела 1 до оси x_1 ; z_2' – расстояние от точки на поверхности недеформированного тела 2 до оси x_2 ; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – коэффициенты Пуассона тел 1 и 2; E_1, E_2 – модули упругости тел 1 и 2; $p(x,y)$ – Контактное давление в точке (x,y) ; x, y – координаты произвольной точки лежащей внутри области контакта; α – сближение тел 1 и 2 под действием нагрузки; A – область контакта.

Уравнение (1) называется уравнением Фреймгольма, неизвестными в котором являются область контакта A , величина сближение тел α и распределение давления по области контакта $p(x',y')$. Кроме того интеграл от давления по области контакта должен равняться приложенному нормальному контактному усилию F :

$$\iint_A p(x, y) dx dy = F \quad (2)$$

Очевидным требованием является так же то, что для точек, лежащих внутри области контакта давление должно быть положительным:

$$p(x, y) > 0 \text{ для } x, y \in A. \quad (3)$$

Задача о нахождении величины сближения двух тел, области контакта и распределения давления по области контакта сводится к решению системы уравнений (1), (2) и (3). Решение этой системы уравнений в аналитическом виде не представляется возможным. С целью создания численной процедуры область контакта разбивается на прямоугольные участки. Давление на каждом участке принимается постоянным и тогда интегралы в (1) и (2) заменяются конечными суммами по всем участкам области контакта.

$$\sum_{j=1}^N f_{ij} p_j = D_i \text{ для } i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где $D_i = \alpha - Z_{1i} - Z_{2i}$ – деформация на участке № i рассматриваемой области; Z_{1i}, Z_{2i} – расстояния от центров участков до осей x ; p_j – нормальное контактное давление в центре участка j ; f_{ij} – коэффициент влияния давления на участке j на деформацию на участке i ; N – количество участков на которые разбита рассматриваемая область; f_{ij} – коэффициенты влияния, отражающие влияния давления на участке j на перемещение на участке i .

Неизвестными величинами в этой системе являются средние давления на участках. Коэффициенты влияния определяются по формуле (5), которая является результатом интегрирования уравнения (1) по частям на исходной области контакта с размерами $2a \times 2b$:

$$\begin{aligned} f_{ij}(\bar{x}, \bar{y}) = & \left(\frac{(1 - \varepsilon_1^2)}{\pi E_1} + \frac{(1 - \varepsilon_2^2)}{\pi E_2} \right) \left\{ (\bar{x} + b) \ln \left(\frac{(\bar{y} + a) + \sqrt{(\bar{y} + a)^2 + (\bar{x} + b)^2}}{(\bar{y} - a) + \sqrt{(\bar{y} - a)^2 + (\bar{x} + b)^2}} \right) \right. \\ & + (\bar{y} + a) \ln \left(\frac{(\bar{x} + b) + \sqrt{(\bar{y} + a)^2 + (\bar{x} + b)^2}}{(\bar{x} - b) + \sqrt{(\bar{y} + a)^2 + (\bar{x} - b)^2}} \right) \\ & + (\bar{x} - b) \ln \left(\frac{(\bar{y} - a) + \sqrt{(\bar{y} - a)^2 + (\bar{x} - b)^2}}{(\bar{y} + a) + \sqrt{(\bar{y} + a)^2 + (\bar{x} - b)^2}} \right) \\ & \left. + (\bar{y} - a) \ln \left(\frac{(\bar{x} - b) + \sqrt{(\bar{y} - a)^2 + (\bar{x} - b)^2}}{(\bar{x} + b) + \sqrt{(\bar{y} - a)^2 + (\bar{x} + b)^2}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

где $\bar{x}, \bar{y}$ – расстояния по осям x и y между центрами участков i и j ; a, b – половины длины и ширины рассматриваемой прямоугольной области вдоль осей x и y соответственно. Замена интеграла конечной суммой приводит к замене уравнения (2) уравнением (6).

$$\sum_{j=1}^N p_j \Delta S = F. \quad (6)$$

Таким образом, решается система уравнений, состоящая из линейных уравнений (4) с коэффициентами, определяемыми по формуле (5), с силовым ограничением (6) и условием неотрицательных давлений (3). Решение этой системы позволяет определить сближение между телами, размеры области контакта. Для решения этой задачи была разработана специальная компьютерная программа которая применялась для изучения распределения давлений в контакте ролика с дорожкой качения внутреннего кольца цилиндрического роликового подшипника.

Выбор наилучшего профиля ролика роликоподшипника

Такое исследование было проведено для подшипника 32206 имеющего дорожку качения внутреннего кольца в виде прямого круглого цилиндра диаметром 38.5 мм. Для ролика рассмотрено несколько видов профилей: 1) прямой круговой цилиндр, 2) бомбинированный с прямым участком и фасками 3) логарифмический [13] с фасками. Эти профили изображены на рисунке 2.

Геометрические размеры, механические свойства материала и условия нагружения ролика приводятся в таблице 1. Параметры профилей, для которых выполнялись расчеты, приводятся в таблице 2.

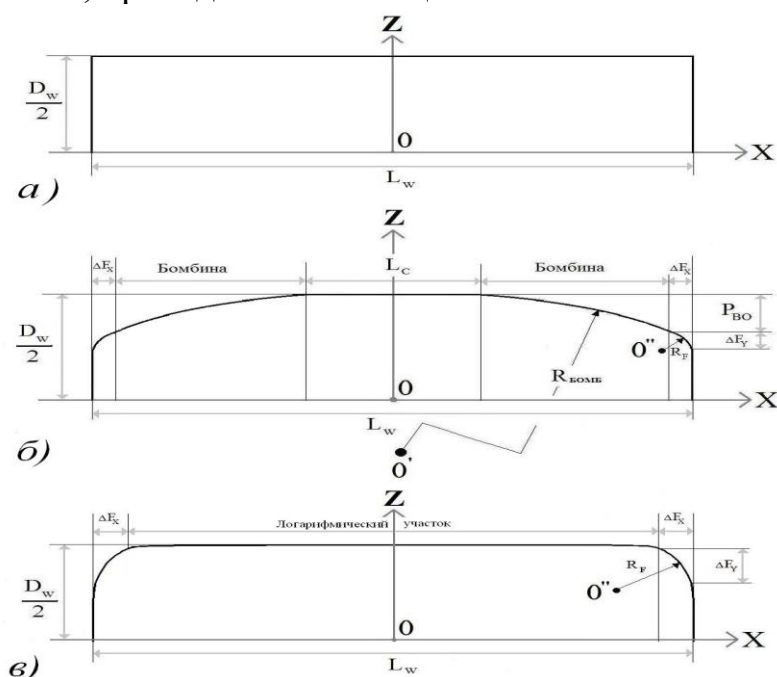


Рис. 2. Ролики с профилями: а) прямой круговой цилиндр б) цилиндрический с бомбиной и фасками в) логарифмический с бомбиной и фасками

Табл. 1. Параметры геометрии, механические свойства материала и условия нагружения ролика

№	Наименование параметра	Обозначение параметра	Значение
1	Диаметр ролика	D_w	7,5 мм
2	Полная длина ролика	L_w	7,5 мм
3	Модуль упругости материала ролика	E_w	201 ГПа
4	Коэффициент Пуассона материала ролика	ε_w	0,3
5	Профиль ролика	См. таблицу 2	
6	Диаметр дорожки качения внутреннего кольца	D_{BK}	38,5 мм
7	Модуль упругости материала внутреннего кольца	E_{BK}	201 ГПа
8	Коэффициент Пуассона материала внутреннего кольца	ε_{BK}	0,3
9	Нагрузки	F	583Н; 1167Н; 2334Н
10	Углы перекося ролика	φ	0°0'; 0°4'; 0°8'

Результаты расчёта нормального давления в контакте ролика с дорожкой качения внутреннего кольца для различных нагрузок и углов перекоса ролика представлены в таблицах изображённых на рисунках 3 и 4.

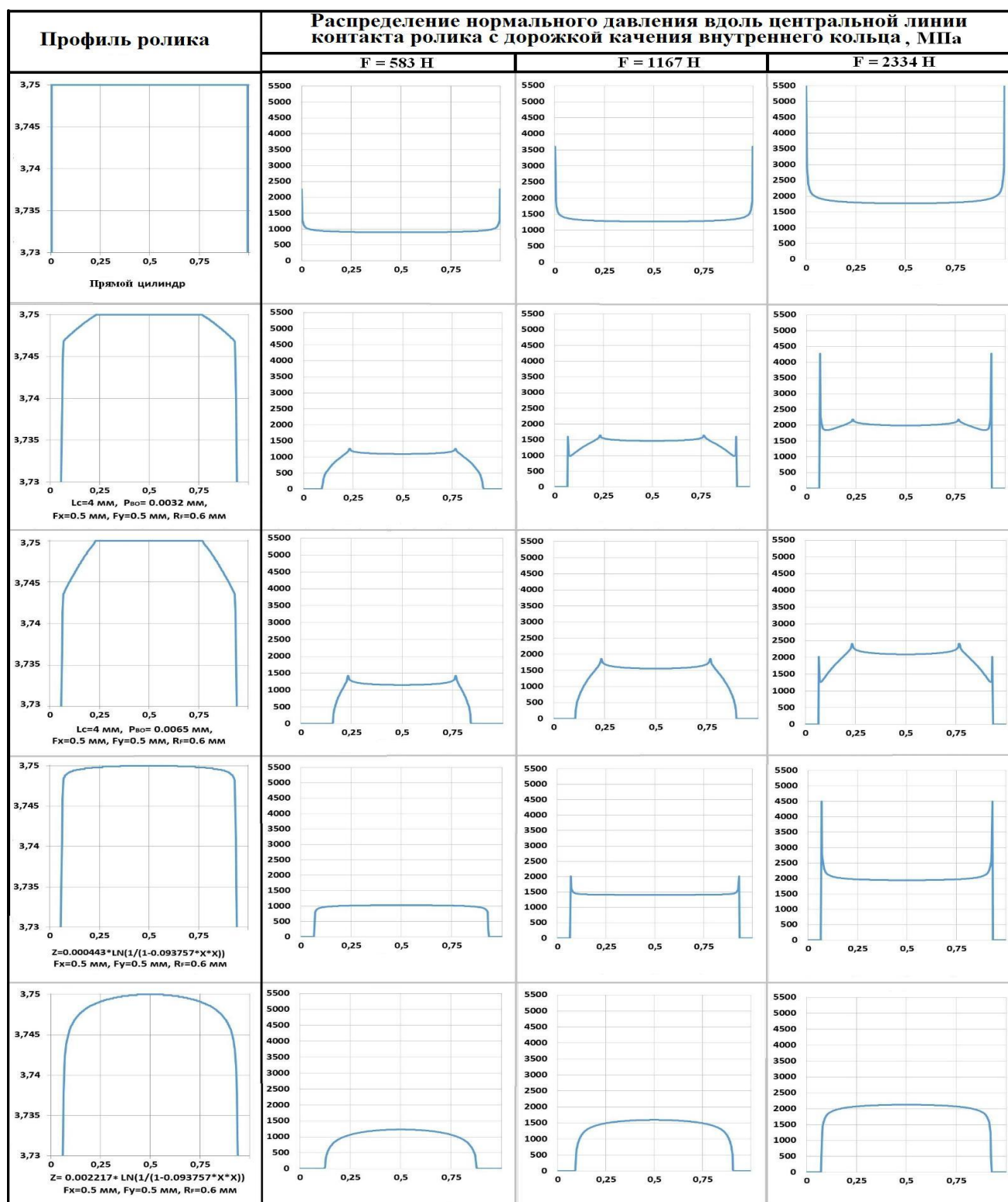


Рис. 3. Кривые контактного давления для различных профилей ролика и нагрузках $F=583 \text{ Н}$, 1167 Н , 2334 Н , при перекосе $\varphi = 0^\circ$

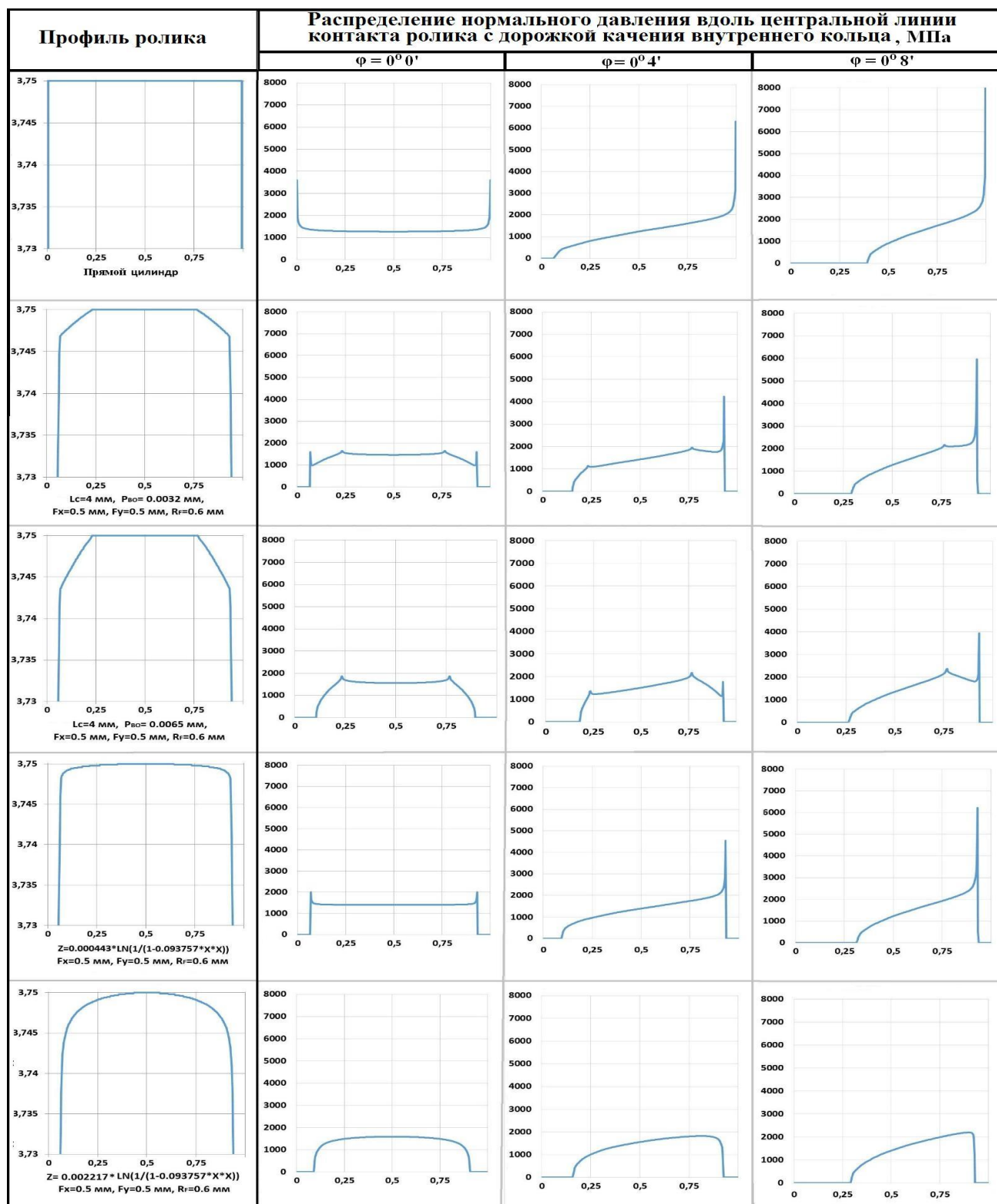


Рис. 4. Кривые контактного давления для различных профилей ролика, углах перекоса ролика $\varphi = 0^{\circ}0'$; $0^{\circ}4'$; $0^{\circ}8'$ при постоянной нагрузке $F=1167$ Н

Табл. 2. Рассмотренные профили ролика

№	Профиль	Характеристики профиля
1	Прямой круговой цилиндр	$D_W=7,5$ мм, $L_W=7,5$ мм.
2	Бомбинированный с прямым цилиндрическим участком и фасками	$D_W=7,5$ мм, $L_W=7,5$ мм, $L_C=4$ мм, $P_{BO}=0.0032$ мм, $\Delta F_X=0.5$ мм, $\Delta F_Z=0.5$ мм, $R_F=0.6$ мм.
3	Бомбинированный с прямым цилиндрическим участком и фасками	$D_W=7,5$ мм, $L_W=7,5$ мм, $L_C=4$ мм, $P_{BO}=0.0065$ мм, $\Delta F_X=0.5$ мм, $\Delta F_Z=0.5$ мм, $R_F=0.6$ мм.
4	Логарифмический профиль	Описывается уравнением: $Z = 0,000443 * \ln(1/(1-0,093757*x^2))$ $\Delta F_X=0.5$ мм, $\Delta F_Z=0.5$ мм, $R_F=0.6$ мм.
5	Логарифмический профиль	Описывается уравнением: $Z = 0,002217 * \ln(1/(1-0,093757*x^2))$ $\Delta F_X=0.5$ мм, $\Delta F_Z=0.5$ мм, $R_F=0.6$ мм.

Заключение

Выполненные расчеты показали, что логарифмический профиль ролика имеет преимущество перед прямым цилиндрическим и бомбинированным профилями, устраняя концентрацию давления в местах сопряжения различных участков профиля. Выбор степени выпуклости логарифмического профиля необходимо выполнять исходя из ожидаемых нагрузок и перекосов ролика, так как с увеличением выпуклости растёт среднее контактное давление, но при этом уменьшаются пики на краях ролика и наоборот, с уменьшением выпуклости среднее контактное давление снижается, но при этом пики давления на краях ролика растут.

Список литературы

1. Батенков С.В. Анализ влияния перекоса на долговечность цилиндрических роликоподшипников // Труды ВНИИПП. 1979. № 3. С. 111-121.
2. Батенков С.В. Влияние перекоса на долговечность роликоподшипников (обзор). М.: Изд-во НИИНАВТОПРОМ, 1981. 46 с.
3. Батенков С.В. Оптимизация конструкции цилиндрических роликоподшипников // Труды ВНИИПП. 1982. № 3. С. 28-37.
4. Lundberg G. Cylinder Compressed Between Two Plane Bodies. SKF Reg.4134, 1949, p. 130.
5. Hertz H. Miscellaneous Papers – On the Contact of Elastic Solids, translation by Jones, D. E. London, Macmillan and Co. Ltd., 1896.
6. Hertz H. Miscellaneous Papers – On the Contact of Elastic Solids and Hardness, translation by Jones D.E. London, Macmillan and Co. Ltd., 1896.
7. Лю Й. Влияние несоосности на долговечность цилиндрических роликовых подшипников // Проблемы трения и смазки. 1971. № 1. С. 63-70.
8. Хэррис Т. Влияние перекоса на усталостную долговечность цилиндрических роликоподшипников с закруглёнными роликами // Проблемы трения и смазки. 1969. № 2. С. 91 -101.
9. Сингх К.П., Пол Б. Концентрация напряжений в роликах со скруглёнными концами // Конструирование. 1975. № 3. С. 193-198.
10. Оу К.П., Трахман Е.Г. Численный метод проектирования профилированных элементов качения // Проблемы трения и смазки. 1976. № 4. С. 68-75.

11. Хартнет М. Анализ контактных напряжений в роликоподшипниках. Проблемы трения и смазки. 1979. № 1. С. 109-114.
12. Hartnett M.J. A General Numerical Solution for Elastic Body Contact Problems. Solid contact and lubrication AMD ASME, 1980, vol. 39, pp. 51-66.
13. Johns P., Gohar R. Roller bearings under radial and eccentric loads. Tribology International, 1981(14), pp. 131-136.

Сведения об авторах:

Клебанов Яков Мордухович – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Механика», СамГТУ, г. Самара;

Петров Виктор Робертович – аспирант кафедры «Механика», СамГТУ, г. Самара;

Адеянов Игорь Евгеньевич – к.т.н., доцент кафедры «Механика» СамГТУ, г. Самара.