

<https://doi.org/10.26160/2572-4347-2022-17-56-65>

ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ СВОЙСТВ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ЦЕПНОГО ТИПА С ПОМОЩЬЮ ДИНАМИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТОВ

Елисеев А.В.^{1,2}, Николаев А.В.¹, Миронов А.С.¹

¹*Иркутский государственный университет путей сообщения;*

²*Иркутский национальный исследовательский технический университет,
Иркутск, Россия*

Ключевые слова: проблема оценки динамических состояний, методы структурного математического моделирования, механические колебательные системы, динамическая жесткость, передаточная функция, динамические инварианты, условия связности внешних силовых возмущений.

Аннотация. В рамках проблемы обеспечения безопасности объектов транспортного и технологического назначения разрабатывается методологический базис для решения задач оценки, контроля и формирования динамических состояний технических объектов, находящихся в условиях вибрационного нагружения. Развивается концепция динамических инвариантов в оценке структурных особенностей механических колебательных систем, используемых в качестве расчетных схем технических объектов, находящихся в условиях связанных силовых возмущений. В рамках методологии структурного математического моделирования, основанной на сопоставлении механическим колебательным системам структурных схем эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления, поставлена задача оценки специфики структурных особенностей механических систем с помощью динамических инвариантов, отражающих существенные особенности амплитудно-частотных характеристик передаточных функций, физически интерпретируемых динамическими податливостями системы. Разработан метод отображения структурных особенностей механических колебательных систем, находящихся под воздействием связанных возмущений силовой природы, с помощью динамических инвариантов, отображающих разнообразие динамических состояний, обеспечиваемое параметром связности силовых возмущений. Показано, что динамические состояния механической колебательной системы могут быть охарактеризованы динамическими инвариантами, совокупность наборов которых определяется параметрами элементов системы, их критическими и предельными значениями, а также выбором объекта, динамическое состояние которого оценивается.

FEATURES OF THE EVALUATION OF THE PROPERTIES OF MECHANICAL OSCILLATORY SYSTEMS OF THE CHAIN TYPE USING DYNAMIC INVARIANTS

Eliseev A.V.^{1,2}, Nikolaev A.V.¹, Mironov A.S.¹

¹*Irkutsk State Transport University;*

²*Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russia*

Keywords: problem of estimating dynamic states, methods of structural mathematical modeling, mechanical oscillatory systems, dynamic rigidity, transfer function, dynamic invariants, connectivity conditions of external force disturbances.

Abstract. Within the framework of the problem of ensuring the safety of transport and technological facilities, a methodological basis is being developed to solve the problems of assessment, control and formation of dynamic states of technical objects under vibration loading conditions. The concept of dynamic invariants in the evaluation of structural features of mechanical oscillatory systems is

being developed. At the same time, mechanical oscillatory systems serve as design schemes of technical objects that are in conditions of coherent force disturbances. Methods of structural mathematical modeling are used, in which structural schemes of dynamically equivalent automatic control systems are compared to mechanical oscillatory systems. The task is to evaluate the specifics of the structural features of mechanical systems using dynamic invariants reflecting the essential features of the amplitude-frequency characteristics of transfer functions. From a physical point of view, transfer functions are interpreted as dynamic compliance of the system. A method for displaying structural features of mechanical oscillatory systems using dynamic invariants has been developed. Dynamic invariants reflect the variety of dynamic states provided by the connectivity parameter of force disturbances. It is shown that the dynamic states of a mechanical oscillatory system can be characterized by dynamic invariants, the totality of sets of which is determined by the parameters of the system elements, their critical and limiting values, as well as by the choice of an object whose dynamic state is evaluated.

Введение. В настоящее время, в рамках поиска решения проблем безопасности технических объектов транспортного и технологического назначения, работающих в условиях вибрационного нагружения, существенное значение приобретает задачи обеспечения динамического качества технических объектов, использующих в своих рабочих процессах вибрационное взаимодействие элементов [1]. Внимание к решению широкого круга задач динамики предопределяет необходимость разработки научно-методологического базиса, позволяющего проводить системные анализ динамических состояний технических объектов на всех стадиях жизненного цикла. В качестве методологической базы решения ряда задач динамики значительное распространение получили структурные подходы, в рамках которых механической колебательной системе, используемой в качестве расчётной схемы технического объекта, сопоставляется схема эквивалентная в динамическом отношении системы автоматического управления [2, 3]. Методы структурного математического моделирования находят применение в системном анализе, направленном на поиск фундаментальных свойств технических объектов, расчетные схемы которых могут быть представлены механическими колебательными системам низкой размерности, совершающими малые установившиеся колебания, вызванные приложением внешних сил. В частности, методы структурного математического моделирования получили распространение в решении задач вибрационной защиты и виброизоляции, динамики сочленений, моделирования взаимодействий элементов вибрационных технологических машин с учетом неудерживающих связей [4-13] и др.

Вместе с тем, ряд вопросов, связанных с оценкой динамических состояний и форм динамических взаимодействий элементов механических колебательных систем, находящихся в условиях приложения внешних связных силовых возмущений, недостаточно проработан.

Статья посвящена развитию концепции оценки динамических особенностей механических колебательных системы на основе обобщенных характеристик.

I. Основные положения. Постановка задачи. Рассматривается механическая колебательная система, образованная массоинерционными элементами m_1 , m_2 (рис. 1). Массоинерционные элементы связаны между собой и с опорными поверхностями с помощью упругих элементов с жесткостями k_1 , k_2 , k_3 . К элементу m_1 приложено силовое возмущение Q_1 , к элементу m_2 – дополнительное силовое возмущение $Q_2 = \gamma Q_1$, где γ – коэффициент связности. Под воздействием синфазных силовых возмущений Q_1 , Q_2 элементы m_1 , m_2 совершают малые установившиеся колебания y_1 , y_2 относительно положения статического равновесия.

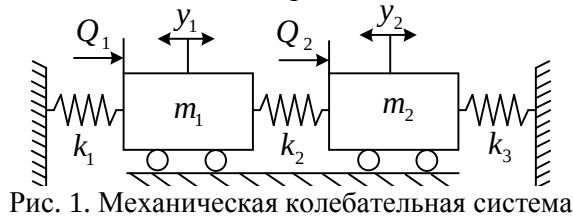


Рис. 1. Механическая колебательная система

Задача заключается в оценке возможных динамических особенностей в зависимости от параметров механической колебательной системы, находящейся под воздействием связанных возмущений силовой природы.

II. Математическая модель. На основе использования известных методов [14-19], включающих построение системы дифференциальных уравнений в рамках формализма Лагранжа и интегральных преобразований Лапласа, расчетная схема может быть представлена структурной схемой эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рис. 2), где $\bar{Q}_1$ – является входным сигналом, а $\bar{y}_1$ – выходным.

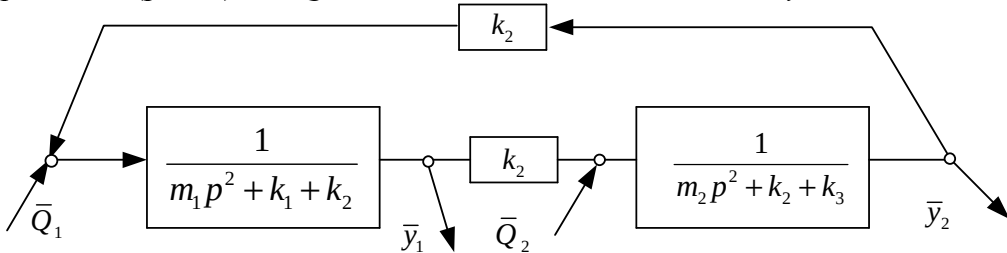


Рис. 2. Структурная схема механической колебательной системы. $p = j\omega$ – комплексная переменная, $j = \sqrt{-1}$, символ « $\rightarrow$ » над переменной означает преобразование Лапласа [20]

На основе структурной схемы (рис. 2) с может быть построено передаточное отношение $\bar{y}_1/\bar{Q}_1$:

$$\bar{Q}_1 \neq 0, \bar{Q}_2 = \gamma \bar{Q}_1, W_{11}(\gamma, p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}_1} \bigg|_{\substack{z_1=0 \\ z_2=0}} = \frac{m_2 p^2 + k_2 + k_3 + \gamma k_2}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}. \quad (1)$$

Соответствующая амплитудно-частотная характеристика имеет вид:

$$W_{11}(\gamma, p) \big|_{p=j\omega} = \frac{-m_2 \omega^2 + k_2 + k_3 + \gamma k_2}{m_1 m_2 \omega^4 - (m_2(k_1 + k_2) + m_1(k_2 + k_3))\omega^2 + k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3}. \quad (2)$$

В общем случае существенные особенности семейства амплитудно-частотных характеристик (2) могут быть представлены с помощью конечного набора динамических инвариантов, которые могут быть представлены выражениями вида $S_i^j F_k^l$, где i – количество состояний обнуления амплитуд колебаний, j – количество резонансов, k – количество отрицательных динамических форм взаимодействий, l – количество положительных форм взаимодействий, или в виде наборов так называемых интегральных характеристик вида $J_{i+j+l+k}$.

В рамках разработанной концепции [21] могут быть построены зависимости динамических многообразий состояний от параметров системы в виде графа динамических многообразий (рис. 3).

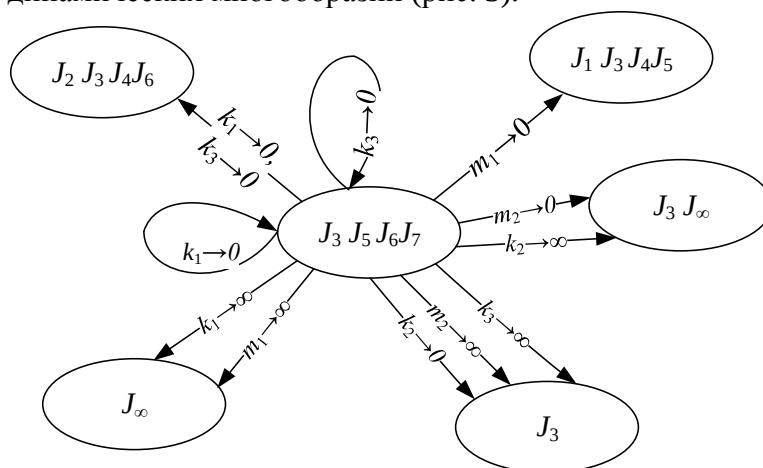


Рис. 3. Граф многообразий динамических инвариантов, построенный для передаточной функции W_{21}

На основе возможных критических параметров механической колебательной системы устанавливается связь между структурными особенностями механической колебательной системы и многообразиями динамических инвариантов в виде ориентированного графа. Вершинами графа служат совокупности интегральных характеристик динамических инвариантов. Направленными дугами служат предельные значения параметров, отражающие структурные особенности механической колебательной системы. В частности, вершина $\{J_\infty\}$ отображает состояние обнуления амплитуды колебания на любой частоте внешнего возмущения, вершина $\{J_3 J_5 J_6 J_7\}$ представляет совокупность динамических особенностей, характерных для систем с двумя различными ненулевыми собственными частотами колебаний, вершина $\{J_1 J_3 J_4 J_5\}$ отображающую совокупность специфических состояний, допускающих приложение силы к нулевой массе, вершина $\{J_2 J_3 J_4 J_6\}$ отображает разнообразие динамических состояний, которые реализует, так называемая диада, одна из собственных частот колебаний которой равна нулю, а другая строго положительна. Дополнительно, возможна реализации совокупностей динамических состояний, представленных вершинами $\{J_3 J_\infty\}$ и $\{J_3\}$.

III. Особенности структурных свойств механических колебательных систем с учетом выбора объекта, динамическое состояние которого оценивается. Наравне с амплитудно-частотной характеристикой передаточной функции W_{11} , используемой для оценки динамического состояния массонерционного элемента m_1 , может быть использована амплитудно-частотная характеристика передаточной функции системы, для которой, входным сигналом служит амплитуда колебания силового возмущения Q_1 , а выходным сигналом – амплитуда колебания координаты y_2 :

$$\bar{Q}_1 \neq 0, W_{21}(p) = \left. \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}_1} \right|_{\substack{z_1=0 \\ z_2=0}} = \frac{\gamma(m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_2}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}. \quad (3)$$

Соответствующая амплитудно-частотная характеристик соответственно принимает выражение:

$$\bar{Q}_1 \neq 0, z_1 = 0, z_2 = 0, W_{21}(\gamma, p) \Big|_{p=j\omega} = \frac{\gamma(-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2) + k_2}{(-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2)(-m_2 \omega^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}. \quad (4)$$

Построенный известными методами [22, 23] граф многообразий динамических инвариантов на основе семейства амплитудно-частотных характеристик (4) отражает влияние структурных особенностей системы на динамические состояния и формы динамических взаимодействий элементов системы с учетом параметра связности γ (рис. 4).

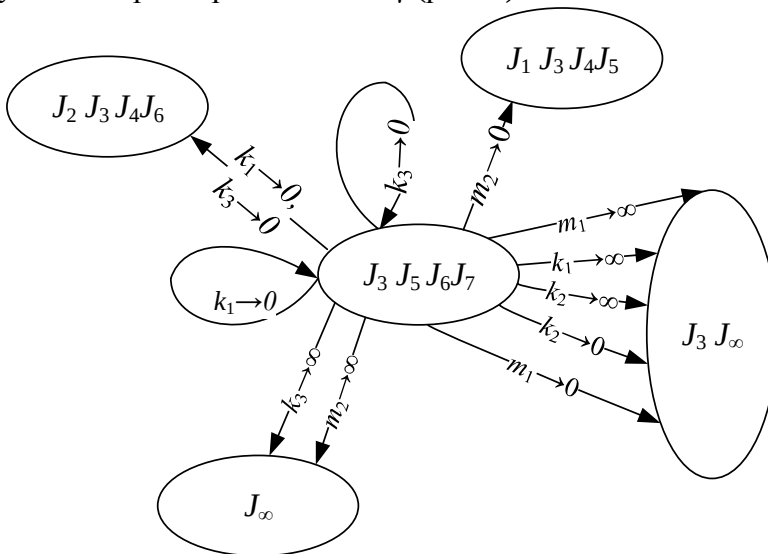


Рис. 4. Граф многообразий динамических инвариантов, построенный для передаточной функции W_{21}

Граф многообразий динамических инвариантов (рис. 4), построенный для передаточной функции W_{21} , содержит вершины, отображающие структурные особенности системы в виде совокупностей динамических особенностей и форм динамических взаимодействий элементов системы. В сравнении с графом динамических состояний, построенного на основе

амплитудно-частотной характеристики передаточной функции W_{11} , граф динамических многообразий для передаточной функции содержит общие вершины $\{J_1J_3J_4J_5\}$, $\{J_2J_3J_4J_6\}$, $\{J_3J_5J_6J_7\}$ и $\{J_\infty\}$, но не содержит вершину $\{J_3\}$.

Заключение. В рамках методологии структурного математического моделирования используются понятия передаточного отношения, динамической жесткости, рычажных связей и др. Одним из ключевых понятий является динамическое состояние системы, которое характеризуется амплитудно-частотными характеристиками передаточных функций системы, межпарциальных связей или передаточных функций, использующих представления о реакциях. Вместе с тем, понятие динамического состояния системы, выражаемое в виде графика вещественной функции с возможными разрывами второго рода, не смотря на уровень детализации представлений о резонансах и режимах динамического гашения, приводит к нагромождениям, когда речь идет о множестве механических колебательных систем, к примеру, зависящего от определенного параметра. Изменение таких параметров системы как жесткость или масса может не оказывать существенного влияния на динамические свойства системы, в том смысле, что их варьирование будет приводить, к примеру, только к изменению значений собственных частот, но не приведет к принципиальному изменению динамики системы. Вместе с тем, такой параметр системы, как связность внешних возмущений может оказывать существенное влияние не только на значение собственных частот, но также и на частоту обнуления амплитуд колебания. В свою очередь, сближение или совпадение между собой собственных частот и частот обнуления существенным образом изменяет динамические свойства системы. С аналитической точки зрения совпадение собственных частот и частот обнуления амплитуд колебания координат системы связано с изменением степеней многочленов, образующих числитель и знаменатель амплитудно-частотных характеристик. Таким образом, для механических колебательных систем, свойства которых варьируются в широком диапазоне, возникает необходимость разработки аппарата, который бы позволял оценивать динамические особенности с обобщенной точки зрения. В качестве такого аппарата предложена концепция динамических инвариантов, которые для конкретной амплитудно-частотной характеристики передаточной функции, характеризующей объект, динамическое состояние которого оценивается, в качестве существенных динамических особенностей используют динамические состояния в виде резонанса и обнуления амплитуды колебания координаты, а также положительные и отрицательные формы динамического взаимодействия элементов механической колебательной системы. На основе цепной системы с двумя степенями свободы может быть рассмотрено семейство механических колебательных систем, к элементам которых приложено внешнее силовое возмущение в виде двух связанных синфазных гармонических сил, где коэффициент связности выполняет роль параметра семейства механических колебательных систем. Для оценки динамической податливости в цепной механической колебательной системе в качестве

объекта оценки может быть выбран один из двух массоинерционных элементов и построены две передаточные функции. Условно в первой передаточной функции системы, в качестве выходного сигнала служит амплитуда колебания первой обобщенной координаты, а во второй передаточной функции системы – амплитуда колебания второй обобщенной координаты, входным сигналом служит силовое возмущение, приложенное к, условно, первому массонерционному элементу. Таким образом, для оценки динамических свойств системы могут быть построены минимум две передаточные функции системы. Для амплитудно-частотной характеристики каждой из передаточных функций могут быть сопоставлены в соответствие графы многообразий динамических инвариантов, которые обладают как одинаковыми, так и различными вершинами, представляющих собою совокупности динамических состояний систем.

Список литературы

1. Лонcich П.А. Динамическое качество машин и оборудования как инструмент обеспечения надежности производства и конкурентоспособности процессов / П.А. Лонcich, С.В. Елисеев. – Иркутск: Иркутский гос. технический ун-т, 2014. – 322 с.
2. Елисеев С.В. Методология системного анализа в задачах оценки, формирования и управления динамическим состоянием технологических и транспортных машин / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев, Р.С. Большаков, А.П. Хоменко – Новосибирск: Наука, 2021. – 679 с.
3. Eliseev S.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling In Problems Of Dynamics Of Technical Objects / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev. – Cham, 2019. – 521 p.
4. Елисеев А.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неударяющих связей / А.В. Елисеев, В.В. Сельвинский, С.В. Елисеев. – Новосибирск: Наука, 2015. – 332 с.
5. Елисеев А.В. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов / А.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, А.О. Московских. – М.: Инновационное машиностроение, 2019. – 381 с.
6. Хоменко А.П. Упругие элементы в механических системах. Структурные интерпретации / А.П. Хоменко, С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, А.В. Елисеев, Р.С. Большаков, Е.В. Каимов. – Депонированная рукопись № 230 – В 2013 02.08.2013.
7. Елисеев А.В. Особенности взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью в зависимости от дополнительной силы с неударяющей связью // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2013. № 3. С. 9-15.
8. Елисеев А.В. Особенности реализации режима кратного подбрасывания в модельной задаче с неударяющей связью при наличии вязкого трения // Наука в центральной России. 2013. № 2S. С. 42-47.
9. Елисеев С.В. Особенности возникновения зазора в механической системе с неударяющей связью при импульсном воздействии / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 2 (38). С. 36-45.
10. Елисеев С.В. Движение материальной частицы с подбрасыванием на примере модельной задачи с неударяющими связями / С.В. Елисеев, И.С. Ситов, А.В. Елисеев // Машиностроение и безопасность жизнедеятельности. 2012. № 3 (13). С. 53-58.

11. Елисеев С.В. Характеристики взаимодействия материальной частицы и поверхности колебания в зависимости от постоянной силы с учетом неудерживающей связи / С.В. Елисеев, И.С. Ситов, А.В. Елисеев // Техника и технология: новые перспективы развития. 2012. С. 20-23.
12. Елисеев А.В. Технология оценки свойств динамического взаимодействия в контактах составных твердых тел // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. 2014. № 1-2. С. 179-183.
13. Елисеев С.В. Обобщенные подходы в задачах определения контактных реакций в твердых телах при статических нагрузках с учетом неудерживающих связей / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 4 (40). С. 51-60.
14. Елисеев А.В. Проблема гашения колебаний в механических системах: системный анализ, моделирование, управление / А.В. Елисеев, А.П. Хоменко // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23. № 5. С. 236-245.
15. Елисеев А.В. Системный подход в оценке динамических состояний технических объектов на основе методов структурного математического моделирования / А.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, А.С. Миронов // Труды Института системного анализа Российской академии наук. 2022. Т. 72. № 1. С. 93-104.
16. Елисеев А.В. Формирование математических моделей вибрационных взаимодействий элементов технических средств транспортного и технологического назначения / А.В. Елисеев, А.С. Миронов, С.В. Елисеев // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2022. № 1. С. 32-42.
17. Елисеев А.В. Системные подходы в обобщенной оценке динамических особенностей вибрационных взаимодействий элементов технических объектов транспортного и технологического назначения в условиях связанных силовых нагружений / А.В. Елисеев, Р.С. Большаков // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2022. № 1 (73). С. 39-52.
18. Елисеев А.В. Системные подходы в оценке динамических состояний механических колебательных систем: технология структурных преобразований / А.В. Елисеев, А.С. Миронов, С.В. Елисеев // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 1. С. 7-15.
19. Елисеев А.В. Системный подход к оценке динамических состояний технических объектов транспортного и технологического назначения: структурные схемы, передаточные функции, динамические инварианты / А.В. Елисеев, И.С. Ситов, Н.К. Кузнецов // Системы. Методы. Технологии. 2022. № 2 (54). С. 7-19.
20. Лурье А.И. Операционное исчисление и применение в технических приложениях. – М.: Наука. 1959. – 368 с.
21. Елисеев А.В. Методы структурного математического моделирования в разработке концепции динамических инвариантов механических колебательных систем / А.В. Елисеев, А.С. Миронов. – Депонированная рукопись № 10-B2022 25.04.2022.
22. Елисеев А.В. Некоторые предложения по развитию концепции динамических инвариантов механических колебательных систем на основе частотной функции обнуления / А.В. Елисеев, А.С. Миронов, Н.К. Кузнецов // VIII Международная конференция проблемы механики современных машин. Сборник статей конференции. Улан-Удэ, 2022. С. 243-250.
23. Елисеев А.В. Динамические инварианты в оценке структурных особенностей механических колебательных систем при условии связности внешних силовых

возмущений / А.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, А.В. Николаев // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2022. № 30. С. 47-56.

References

1. Lontsikh P.A. Dynamic quality of machinery and equipment as a tool for ensuring the reliability of production and competitiveness of processes / P.A. Lontsikh, S.V. Eliseev. – Irkutsk: Irkutsk State Technical University, 2014. – 322 p.
2. Eliseev S.V. Methodology of system analysis in the tasks of assessment, formation and management of the dynamic state of technological and transport machines / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev, R.S. Bolshakov, A.P. Khomenko – Novosibirsk: Science, 2021. – 679 p.
3. Eliseev S.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling In Problems Of Dynamics Of Technical Objects / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev. – Cham, 2019. – 521 p.
4. Eliseev A.V. Dynamics of vibrational interactions of elements of technological systems taking into account unstoppable connections / A.V. Eliseev, V.V. Selvinsky, S.V. Eliseev. – Novosibirsk: Science, 2015. – 332 p.
5. Eliseev A.V. Dynamics of machines. System representations, structural schemes and connections of elements / A.V. Eliseev, N.K. Kuznetsov, A.O. Moskovskikh. – M.: Innovative mechanical engineering, 2019. – 381 p.
6. Khomenko A.P. Elastic elements in mechanical systems. Structural interpretations / A.P. Khomenko, S.V. Eliseev, A.I. Artyunin, A.V. Eliseev, R.S. Bolshakov, E.V. Kaimov. – Deposited manuscript No. 230 – In 2013 02.08.2013.
7. Eliseev A.V. Features of the interaction of a material particle with a vibrating surface depending on the additional force with an unstoppable bond // International Journal of Applied and Fundamental Research. 2013. No. 3. P. 9-15.
8. Eliseev A.V. Features of the implementation of the multiple toss mode in a model problem with unstoppable coupling in the presence of viscous friction // Science in Central Russia. 2013. No. 2S. P. 42-47.
9. Eliseev S.V. Features of the occurrence of a gap in a mechanical system with an unstoppable coupling under pulsed action / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2013. No. 2 (38). P. 36-45.
10. Eliseev S.V. Motion of a material particle with tossing on the example of a model problem with unstoppable connections / S.V. Eliseev, I.S. Sitov, A.V. Eliseev // Mechanical engineering and life safety. 2012. No. 3 (13). P. 53-58.
11. Eliseev S.V. Characteristics of the interaction of a material particle and an oscillation surface depending on a constant force taking into account an unstoppable bond / S.V. Eliseev, I.S. Sitov, A.V. Eliseev // Technique and Technology: new prospects for development. 2012. P. 20-23.
12. Eliseev A.V. Technology for assessing the properties of dynamic interaction in the contacts of composite solids // Scientific problems of transport in Siberia and the Far East. 2014. No. 1-2. P. 179-183.
13. Eliseev S.V. Generalized approaches in the problems of determining contact reactions in solids under static loads taking into account unstoppable bonds / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2013. No. 4 (40). P. 51-60.
14. Eliseev A.V. The problem of vibration damping in mechanical systems: system analysis, modeling, control / A.V. Eliseev, A.P. Khomenko // Mechatronics, automation, control. 2022. Vol. 23. No. 5. P. 236-245.
15. Eliseev A.V. A systematic approach to assessing the dynamic states of technical objects based on structural mathematical modeling methods / A.V. Eliseev, N.K.

- Kuznetsov, A.S. Mironov // Proceedings of the Institute of System Analysis of the Russian Academy of Sciences. 2022. Vol. 72. No. 1. P. 93-104.
16. Eliseev A.V. Formation of mathematical models of vibration interactions of elements of technical means of transport and technological purpose / A.V. Eliseev, A.S. Mironov, Eliseev S.V. // Bulletin of the Voronezh State University. Series: System Analysis and Information Technologies. 2022. No. 1. P. 32-42.
 17. Eliseev A.V. System approaches in the generalized assessment of dynamic features of vibrational interactions of elements of technical objects of transport and technological purpose in conditions of connected force loads / A.V. Eliseev, R.S. Bolshakov // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2022. No. 1 (73). P. 39-52.
 18. Eliseev A.V. System approaches in the assessment of dynamic states of mechanical oscillatory systems: technology of structural transformations / A.V. Eliseev, A.S. Mironov, S.V. Eliseev // Bulletin of the Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Engineering and Computer Science. 2022. No. 1. P. 7-15.
 19. Eliseev A.V. System approach to the assessment of dynamic states of technical objects of transport and technological purpose: structural schemes, transfer functions, dynamic invariants / A.V. Eliseev, I.S. Sitov, N.K. Kuznetsov // Systems. Methods. Technologies. 2022. No. 2 (54). P. 7-19.
 20. Lurie, A.I. Operational calculus and application in technical applications. – M.: Science. 1959. – 368 p.
 21. Eliseev A.V. Methods of structural mathematical modeling in the development of the concept of dynamic invariants of mechanical oscillatory systems / A.V. Eliseev, A.S. Mironov. – Deposited manuscript No. 10-B2022 04/25/2022.
 22. Eliseev A.V. Some proposals for the development of the concept of dynamic invariants of mechanical oscillatory systems based on the frequency zeroing function / A.V. Eliseev, A.S. Mironov, N.K. Kuznetsov // In the collection: in the VIII International Conference Problems of Mechanics of modern Machines. Collection of articles of the conference. Ulan-Ude, 2022. { . 243-250.
 23. Eliseev A.V. Dynamic invariants in the evaluation of structural features of mechanical oscillatory systems under the condition of connectivity of external force disturbances / A.V. Eliseev, N.K. Kuznetsov, A.V. Nikolaev // Bulletin of Modern Research in the field of technical sciences. 2022. No. 30. P. 47-56.

Елисеев Андрей Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры математики ИрГУПС; доцент кафедры конструирования и стандартизации в машиностроении ИрННТУ	Eliseev Andrey Vladimirovich – candidate of technical sciences, associate professor of mathematics Department, associate professor of the Department of design and standardization in mechanical engineering
Николаев Андрей Владимирович – соискатель, НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования	Nikolaev Andrey Vladimirovich – candidate of scientific degree, Scientific and Educational Center of modern technologies, system analysis and modeling
Миронов Артем Сергеевич – соискатель, НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования	Mironov Artem Sergeevich – applicant, Scientific and Educational Center of modern technologies, system analysis and modeling
eavsh@ya.ru	

Received 30.08.2022