

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ВЫРАВНИВАНИЕМ ПОСАДОЧНОГО МАНЕВРА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА МЕТОДОМ « ГИБКИХ » ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Филимонов Н.Б., Никоненко Т.М., Фомичев В.А.

Ключевые слова: терминальное управление летательного аппарата, принцип гибких полиномиальных траекторий, метод обратных задач динамики.

Аннотация. Рассматривается постановка и решение задачи синтеза алгоритма управления выравниванием терминального вертикального посадочного маневра летательного аппарата методом обратных задач динамики с использованием концепции «гибких» полиномиальных траекторий.

ALGORITHM FOR CONTROLLING THE ALIGNMENT OF LANDING MANEUVER OF AIRCRAFT BY THE METHOD OF "FLEXIBLE" POLYNOMIAL TRAJECTORIES

Filimonov N.B., Nikonenko T.M., Fomichev V.A.

Keywords: terminal control of an aircraft, principle of flexible polynomial trajectories, method of inverse dynamics problems.

Abstract. We consider the formulation and solution of the problem of synthesis of an algorithm for controlling the alignment of a terminal vertical landing maneuver of an aircraft by the method of inverse dynamics problems using the concept of "flexible" polynomial trajectories.

В области автоматизации процессов управления полетом летательных аппаратов (ЛА) ключевыми являются задачи терминального управления, заключающиеся в приведении аппарата с необходимой точностью в целевое состояние за заданный конечный (терминальный) интервал времени [1]. В настоящей работе, развивающей исследования [2-6], представлен вариант компьютерной реализации алгоритма терминального управления ЛА методом обратных задач динамики с использованием принципа «гибких» корректирующих полиномиальных траекторий.

Математическая модель вертикального маневра ЛА

Полагаем, что вертикальный маневр ЛА выполняется на конечном интервале времени $t \in T = [t_n, t_k]$, где t_n и t_k – моменты начала и окончания маневра соответственно.

Математический имитатор вертикального маневра ЛА представляет собой систему дифференциальных уравнений, описывающих поступательное движение его центра масс и его вращение вокруг центра масс, а также уравнение автопилота:

$$\dot{H} = V \sin \theta, \quad \dot{L} = V \cos \theta, \quad (1)$$

$$\dot{V} = (n_x(\alpha) - \sin \theta)g, \quad \dot{\theta} = 57,3(n_y(\alpha) - \cos \theta)g / V, \quad (2)$$

$$\dot{\vartheta} = \omega_z, \quad \dot{\omega}_z = 57,3[m_z + m_z^{\bar{\omega}_z} b_A \omega_z / (57,3V) + m_z^{\delta} \delta] b_A q S / J_z, \quad (3)$$

$$\delta = \kappa_{\vartheta}(\vartheta - u) + \kappa_{\omega_z} \omega_z. \quad (4)$$

Здесь: H , L , V – высота, дальность и путевая скорость полета соответственно; α , θ , ϑ , δ – угол атаки, наклона траектории, тангажа и отклонения руля высоты соответственно; ω_z – угловая скорость тангажа; n_x , n_y – продольная и нормальная перегрузки соответственно; I_z – момент инерции аппарата относительно поперечной оси; S – площадь крыла; b_A – средняя аэродинамическая хорда крыла; m_z – момент тангажа, $m_z^{\bar{\omega}_z}$ – частная производная m_z по $\bar{\omega}_z = \omega_z b_A V^{-1}$, m_z^δ – коэффициент эффективности руля высоты; g – ускорение силы тяжести; $q = \rho V^2 / 2$, ρ – плотность воздуха; u – сигнал управления на автопилот; κ_ϑ , κ_{ω_z} – известные коэффициенты настройки автопилота.

Принцип «гибких» траекторий в задачах терминального управления ЛА

В теории и практике терминального управления ЛА все большую популярность приобретает принцип «гибких» траекторий [2-4], реализующий чисто программную стратегию управления аппаратом. Согласно данному принципу, в контур управления ЛА включается механизм планирования «гибких», обновляемых (пересчитываемых) с заданной периодичностью программных траекторий движения, обеспечивающих выполнение терминальной цели управления из состояний, соответствующих моментам времени их обновления. Здесь сочетаются достоинства «жестких» и «гибких» траекторий путем использования основной «жесткой» программной составляющей управления $u^*(t)$, реализующей требуемое движение аппарата по номинальной траектории в идеальных условиях (при отсутствии возмущений) и дополнительной «гибкой» программной составляющей управления $\Delta u(t)$, обеспечивающей терминальную стабилизацию номинальной траектории аппарата в реальных условиях (при наличии возмущений). При этом «жесткое» программное управление является решением двухточечной краевой задачи «в большом» на основе неупрощенной нелинейной модели динамики, а «гибкое» управление – решением задачи терминального управления «в малом» на основе упрощенной линеаризованной модели динамики аппарата.

В результате, управляющий сигнал на вход автопилота ЛА формируется в следующем виде:

$$u(t) = u^*(t) + \Delta u(t). \quad (5)$$

Поскольку современные бортовые ЦВМ позволяют формировать «гибкие» траектории на каждом шаге квантования времени, то данная программная стратегия управления $u(t)$ становится стратегией программно-позиционного управления, реализующей механизм «размыкаемых обратных связей» (концепция Open-Loop Optimal Feedback).

Синтез алгоритма управления выравнением посадочного маневра ЛА

Расчет программного режима посадочного маневра ЛА произведем при помощи решения краевой задачи с использованием а priori заданной траектории выравнивания аппарата в виде полинома пятого порядка:

$$H(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + c_4 t^4 + c_5 t^5, \quad (6)$$

коэффициенты которого c_i , $i = \overline{0, 5}$, выражаются через начальное и конечное (целевое) состояния маневра следующим образом:

$$\begin{aligned} c_0 &= H_n; \quad c_1 = \dot{H}_n; \quad c_2 = 0,5\ddot{H}_n; \\ c_3 &= 10(H_k - H_n)T^{-3} - (4\dot{H}_k + 6\dot{H}_n)T^{-2} + 0,5(\ddot{H}_k - 3\ddot{H}_n)T^{-1}; \\ c_4 &= -15(H_k - H_n)T^{-4} + (7\dot{H}_k + 8\dot{H}_n)T^{-3} - (\ddot{H}_k - 1,5\ddot{H}_n)T^{-2}; \\ c_5 &= 6(H_k - H_n)T^{-5} + 3(\dot{H}_k - \dot{H}_n)T^{-4} - 0,5(\ddot{H}_k - \ddot{H}_n)T^{-3}; \\ T &= t_k - t_n. \end{aligned}$$

Из выражения (6) находится программное изменение высоты полета $H^*(t)$ в режиме выравнивания, а программные значения остальных переменных состояния $V^*(t)$, $\alpha^*(t)$, $\theta^*(t)$ и программное изменение отклонения руля высоты $\delta^*(t)$ находятся на основании следующих уравнений:

$$\dot{V} = [n_x(\alpha) - \phi/V]g, \quad (7)$$

$$f(\alpha) = [n_x(\alpha)\phi + n_y(\alpha)\sqrt{V^2 - \phi^2}]/V - \phi/g - 1 = 0, \quad (8)$$

$$\theta = \arcsin(\phi/V), \quad (9)$$

$$\delta = [\dot{\omega}_z J_z / b_\alpha q - 57,3m_z(\alpha) - m_z^{\bar{\omega}_z} b_A \omega_z / V] / 57,3m_z^\delta. \quad (10)$$

В результате, программная «жесткая» составляющая управления $u^*(t)$, подаваемая на автопилот ЛА, находится посредством использования найденных программ $\theta^*(t)$, $\vartheta^*(t)$ и $\delta^*(t)$, согласно формуле:

$$u(t) = \vartheta(t) + (\kappa_{\omega_z} / \kappa_\vartheta)\omega_z(t) - (1/\kappa_\vartheta)\delta(t). \quad (11)$$

Программная «гибкая» составляющая управления $\Delta u(t)$ находится по следующей линейной математической модели возмущенного движения ЛА, полученной путем линеаризации относительно программной траектории $H^*(t)$ исходной нелинейной математической модели движения [4]:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega}_z &= -a_{011}\Delta\omega_z - a_{012}\Delta\alpha - a_{13}\Delta\delta, \\ \Delta\omega_z &= a_{42}\Delta\alpha = 0, \quad \Delta\dot{H} = a_{22}\Delta\theta, \quad \theta = \vartheta - \alpha, \\ \Delta\delta &= \kappa_\vartheta(\Delta\vartheta - \Delta u) + \kappa_\omega\Delta\omega_z, \end{aligned}$$

где $\Delta\vartheta$, $\Delta\theta$, $\Delta\alpha$, ΔH , $\Delta\delta$ – отклонения углов тангажа, наклона траектории, атаки, высоты и перекладки руля высоты от их программных значений ϑ^* , θ^* , α^* , H^* , δ^* соответственно.

Коэффициенты a_{011} , a_{012} , a_{13} , a_{22} , a_{42} вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} a_{011} &= -m_z^{\overline{\alpha}} q^* S b_A / (V^* J_z), \quad a_{012} = -57,3 m_z^{\alpha} q^* S b_A / J_z, \\ a_{13} &= -57,3 m_z^{\delta} q^* S b_A / J_z, \quad a_{22} = V^* \cos \theta^* / 57,3, \\ a_{42} &= g(57,3 c_y^{\alpha} q^* S + P^*) / (G V^*), \quad q^* = \rho V^{*2} / 2, \end{aligned}$$

где P – сила тяги двигателей; G – вес аппарата; m_z^{α} и c_y^{α} – частные производные коэффициента c_y и момента m_z по α ; звездочка «*» означает вычисление формул на программной траектории выравнивания $H^*(t)$.

Программа изменения отклонения высоты полета от «жесткой» программы выравнивания $\Delta H(t)$ является полиномом четвертого порядка:

$$\Delta H(t) = \sum_{i=1}^4 c_i \gamma_i(t), \quad \gamma_i(t) = t^{i-1} (t_k - t)^4, \quad i = \overline{1, 4}.$$

Закон управления $\Delta u(t)$, реализующий программу $\Delta H(t)$, имеет вид:

$$\Delta u(t) = r_H(t) \Delta H(t) + r_{\dot{H}}(t) \Delta \dot{H}(t) + r_{\ddot{H}}(t) \Delta \ddot{H}(t) + r_{\omega_z}(t) \Delta \omega_z(t), \quad (12)$$

где параметры $r_H(t)$, $r_{\dot{H}}(t)$, $r_{\ddot{H}}(t)$, $r_{\omega_z}(t)$ определяются формулами:

$$r_H(t) = \frac{-1}{a_{13} a_{22} a_{42} \kappa_{\vartheta}} \left[\frac{840}{(t_k - t)^4} \right], \quad (13)$$

$$r_{\dot{H}}(t) = \frac{-1}{a_{13} a_{22} a_{42} \kappa_{\vartheta}} \left[\frac{480}{(t_k - t)^3} - \frac{120 a_{42}}{(t_k - t)^2} + \frac{16 a_{42}^2}{t_k - t} + (a_{42}^3 - a_{012} a_{42}) \right], \quad (14)$$

$$r_{\ddot{H}}(t) = \frac{-1}{a_{13} \kappa_{\vartheta}} \left[\frac{120}{(t_k - t)^2} - \frac{16 a_{42}}{t_k - t} + (a_{13} \kappa_{\vartheta} + a_{011} + a_{012} - a_{42}^2) \right], \quad (15)$$

$$r_{\omega_z}(t) = \frac{-1}{a_{13} \kappa_{\vartheta}} \left[\frac{16}{t_k - t} + (a_{13} \kappa_{\vartheta} + a_{011} + a_{42}) \right]. \quad (16)$$

В результате, алгоритм решения задачи выравнивания посадочного маневра ЛА базируется на аппарате обратных задач динамики и содержит следующие этапы:

1. Исходя из заданного начального и конечного состояний маневра ЛА рассчитывается «жесткая» программа выравнивания по формуле (6):

$$H^* = H^*(t), \quad t \in T.$$

2. Методом численного интегрирования дифференциального уравнения (7) находится программное изменение скорости: $V^* = V^*(t)$, $t \in T$.

3. Путем решения трансцендентного уравнения (8) находится программное изменение угла атаки: $\alpha^* = \alpha^*(t)$, $t \in T$.

4. По найденной программе $V^*(t)$ по формулам (9) и (1) находятся программные изменения угла наклона траектории и дальности полета соответственно: $\theta^* = \theta^*(t)$, $L^* = L^*(t)$, $t \in T$.

5. По найденным программам $\alpha^*(t)$ и $\theta^*(t)$ находится программное изменение угла тангажа: $\vartheta^* = \vartheta^*(t) = \alpha^*(t) + \theta^*(t)$, $t \in T$.

6. Методом численного двухэтапного интегрирования программы $\vartheta^*(t)$ находятся программные изменения угловой скорости и углового ускорения тангажа: $\omega_z^* = \dot{\vartheta}^* = \omega_z^*(t)$, $\dot{\omega}_z^* = \ddot{\vartheta}^* = \dot{\omega}_z^*(t)$, $t \in T$.

7. По найденным программам $V^*(t)$, $\omega_z^*(t)$, $\dot{\omega}_z^*(t)$ по формуле (10) находится программное изменение угла отклонения руля высоты:

$$\delta^* = \delta^*(t), t \in T.$$

8. По найденным программам $\vartheta^*(t)$, $\omega_z^*(t)$, $\delta^*(t)$ по формуле (11) находится основной программный сигнал управления на автопилот:

$$u^* = u^*(t), t \in T.$$

9. По формулам (12)-(16) находится дополнительный программный сигнал управления на автопилот:

$$\Delta u = \Delta u(t), t \in T.$$

10. По формулам (5) и (4) находятся окончательные значения управляющего сигнала на автопилот и сигнала отклонения руля высоты:

$$u(t), \delta(t), t \in T.$$

Исследование синтезированного алгоритма управления выравниванием посадочного маневра ЛА

Проведена компьютерная апробация алгоритма, реализованного в среде MATLAB на примере выполнения терминального посадочного маневра ЛА на этапе выравнивания (см. рис. 1) для семейства среднемагистральных самолетов Ту-204/214.

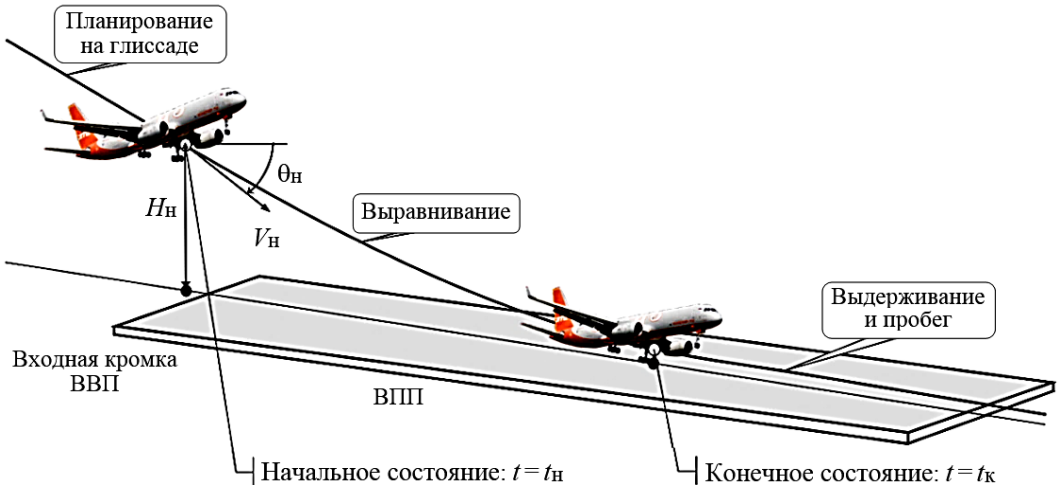


Рис. 1.

На рисунках 2, 3 представлены графики «гибких» траекторий и углов отклонения руля высоты для следующих начальных и конечных условий:

$$t_n = 0 \text{ с}, H_{n1} = 15 \text{ м}, H_{n2} = 1,3H_{n1} \text{ м}, V_n = 80 \text{ м/с},$$

$$t_k = 5 \text{ с}, H_k = 4 \text{ м}, V_k = 65 \text{ м/с}.$$

Здесь, на рисунках, четыре кривые демонстрируют четыре случая реализации метода «гибких» траекторий выравнивания посадочного маневра ЛА: варианты В1 и В3 соответствуют начальным условиям H_{n1} и H_{n2} при отсутствии возмущений, а варианты В2 и В4 - при наличии гармонического возмущения.

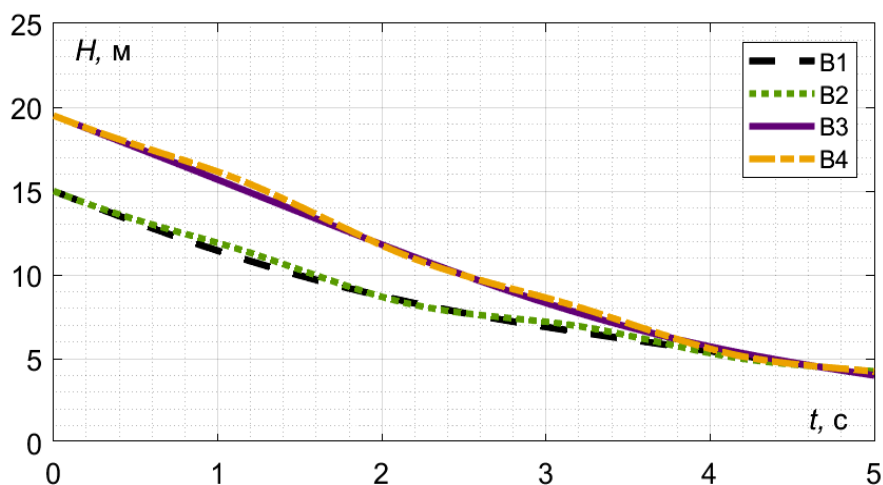


Рис. 2.

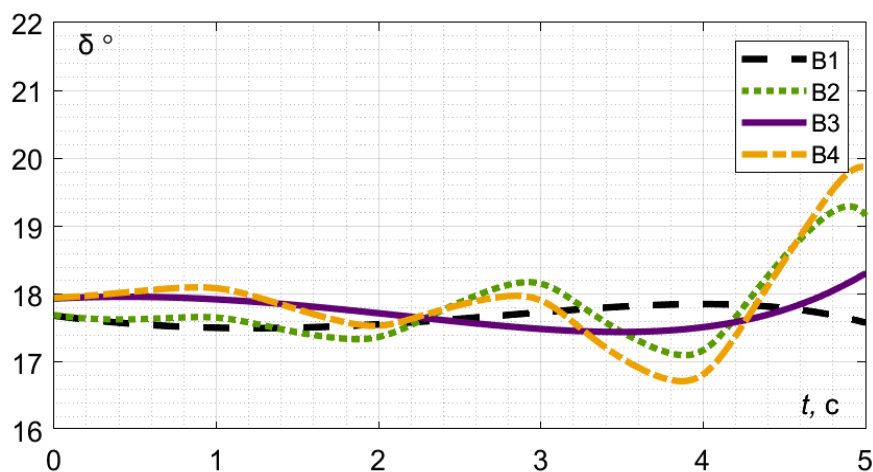


Рис. 3.

Компьютерное исследование синтезированного алгоритма показало высокое качество посадочного маневра ЛА и выполнение всех необходимых требований и ограничений. Следует отметить наличие в данной системе терминального управления особенность в конечной точке [7].

Список литературы

1. Батенко А.П. Системы терминального управления. – М.: Радио и связь, 1984. – 160 с.
2. Теряев Е.Д., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б., Петрин К.В. Концепция «гибких кинематических траекторий» в задачах терминального управления подвижными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 12. С. 7-15.
3. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Принцип гибких кинематических траекторий управления терминальными маневрами летательных аппаратов // Системы управления беспилотными космическими и атмосферными ЛА: тезисы докладов II Всероссийской научно-технической конференции. – М.: МОКБ «Марс», 2012. – С. 51-53.
4. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Методы «гибких» траекторий в задачах терминального управления вертикальными маневрами летательных аппаратов / Глава 2 в монографии «Проблемы управления сложными динамическими объектами авиационной и космической техники». – М.: Машиностроение, 2015. – С. 51-110.
5. Сергеев А.А., Филимонов Н.Б. Управление посадочным маневром беспилотного летательного аппарата на подвижную платформу методом «гибких» кинематических траекторий // Известия вузов. Приборостроение. 2020. № 8. С. 689-695.
6. Сергеев А.А., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Управление автономной посадкой БПЛА самолетного типа на статическую и динамическую посадочные площадки по «гибким» кинематическим траекториям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 3. С. 156-167.
7. Филимонов Н.Б., Никоненко Т.М. Компьютерный анализ эффекта «вырождения» в конечный момент времени процесса терминального управления летательными аппаратами // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2020. Issue 19. P. 43-50.

References

1. Batenko A.P. Terminal control systems. M.: Radio and Communication, 1984. 160 p.
2. Teryaev E.D., Filimonov A.B., Filimonov N.B., Petrin K.V. The conception of «flexible kinematic trajectories» in the problems of terminal control by moving objects. Mekhatronika, Avtomatizaciya, Upravlenie. 2011. No. 12. P. 7-15.
3. Filimonov A.B., Filimonov N.B. The principle of flexible kinematic trajectories for controlling the terminal maneuvers of aircrafts. Control systems for unmanned space and atmospheric aircraft: abstracts of the report II Russian Scientific and Technical Conference. Moscow: MEDB «Mars», 2012. P. 51-53.
4. Filimonov A.B., Filimonov N.B. Methods of «flexible» trajectories in the tasks of terminal control of aircraft vertical maneuvers. Ch. 2 in the monograph «Problems of control of complex dynamic objects of aviation and space technology». Moscow: Machinostroenie, 2015. P. 51-110.

5. Sergeev A.A., Filimonov N.B. Control by the maneuver of an unmanned aerial vehicle when landing on a mobile platform using the method of "flexible" kinematic trajectories. Journal of Instrument Engineering. 2020. Vol. 63, No. 9. P. 803-812.
6. Sergeev A.A., Filimonov A.B., Filimonov N.B. Control of Autonomous Landing of UAV of Airplane-Type on the Static and Dynamic Sites with Using of "Flexible" Kinematic Trajectories. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2021. Vol. 22, No. 3. P. 156-167.
7. Filimonov N.B., Nikonenko T.M. Computer analysis of the degeneration effect at the end time process terminal control of aircraft // Journal of Advanced Research in Technical Science 2020. Issue 19. P. 43-50.

Филимонов Николай Борисович – доктор технических наук, профессор, nbfilimonov@mail.ru	Filimonov Nikolay Borisovich – doctor of technical sciences, professor, nbfilimonov@mail.ru
Никоненко Татьяна Михайловна – выпускница, tanya.nikonenko@mail.ru	Nikonenko Tatyana Mikhailovna – graduate student, tanya.nikonenko@mail.ru
Фомичев Владислав Антонович – бакалавр, vladislav.fomichev199@yandex.ru	Fomichev Vladislav Antonovich – bachelor, vladislav.fomichev199@yandex.ru
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия	Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Received 19.06.2021