

РАЗРЕШЕНИЕ РАДИАННОЙ ПРОБЛЕМЫ В МЕТРОЛОГИИ

Пожидаев С.П.

Национальный научный центр «Институт механизации и электрификации сельского хозяйства» НААН Украины, пос. Глеваха-1, Украина

Ключевые слова: международная система единиц СИ, угловые величины, плоский угол, радиан, радиус кривизны, моменты.

Аннотация. Радианная проблема заключается в противоречиях между единицами физических величин механики вращательного движения. Установлено, что её причиной является некорректность единицы радиуса кривизны и неточность формул центростремительного ускорения. Исправление этих ошибок устраняет радианную проблему. Благодаря этому плоский угол можно ввести в число основных величин. Его единица радиан будет обязательна для применения в выражениях производных единиц. При этом единицы величин, связанных с моментами, претерпят некоторые изменения.

Международная система единиц (СИ), принятая в 1960 году, является одной из важнейших составляющих языка науки, техники и производства. СИ непрерывно дорабатывается, однако и сегодня она далека от совершенства. Ещё на заре существования СИ метрологи признавали, что её «слабым местом ... являются угловые единицы – радиан и стерadian» [1]. Эта проблема, позже названная радианной [2], не разрешена и сегодня. Она заключается в противоречиях между единицами физических величин, применяемых при описании явлений вращательного движения. Например, известно, что длину дуги можно определить как произведение угла (рад) на радиус дуги (м). Это приводит к единице длины дуги, равной рад·м – см. ячейку на пересечении строки 2 и колонки 5 таблицы. Но единицей длины в СИ является метр, а не рад·м. В колонке 5 приведено много других таких же противоречий (они отмечены заливкой), возникающих при последовательном применении единицы радиан.

Это парадокс: с одной стороны, система определяющих уравнений (колонка 3 таблицы) непротиворечива, она обеспечивает получение правильных числовых результатов, с другой стороны, система единиц, применяемых для описания физических величин в этих же уравнениях (колонка 5), является хаотически противоречивой. Это противоестественно. Ведь то и другое – всего лишь два способа описания одних и тех же явлений Природы – математическое и словесное. Противоречий между ними не должно быть в принципе.

Вместо разрешения проблемы метрологи решили маскировать противоречия. Они отказались от обязательного применения угловых единиц. Стандарт ГОСТ 8.417-2002 ГСИ предписывает избирательное применение единиц радиан и стерadian: они «... могут быть использованы или не использованы в выражениях для других производных единиц СИ (по необходимости)».

То есть, стандарт узаконил не строгий научный, а индивидуально-манипулятивный подход к формированию единиц производных величин, связанных с вращением.

Табл. 1. Некоторые величины механики вращательного движения и их единицы

№	Величина	Определяющее уравнение	Единица величины, выраженная через угловые и основные единицы при применении единицы радиан:		
			избирательном (СИ)	обязательном, при единице радиуса кривизны	
				м	м/рад
1	Плоский угол	$\varphi = s/r$	рад	рад	рад
2	Длина дуги	$s = \varphi r$	м	рад·м	м
3	Радиус кривизны	$r = s/\varphi$	м	м	м/рад
4	Угловая скорость	$\omega = d\varphi/dt$	рад/с	рад/с	рад/с
5	Окружная скорость	$v = \omega r$	м/с	м·рад/с	м/с
6	Угловое ускорение	$\varepsilon = d\omega/dt$	рад/с ²	рад/с ²	рад/с ²
7	Касательное ускорение	$a_{\kappa} = \varepsilon r$	м/с ²	м·рад/с ²	м/с ²
8	Центростремительное ускорение	$a_{\text{ц}} = V^2/r$	м/с ²	м/с ²	а) м·рад/с ² б) м/с ²
9		$a_{\text{ц}} = V\omega$		м·рад/с ²	
10		$a_{\text{ц}} = \omega^2 r$		м·рад ² /с ²	
11	Механическая работа момента силы	$W = Fr\varphi = Fs$	кг·м ² /с ²	кг·м ² /с ²	кг·м ² /с ²
12		$W = Fr\varphi = M\varphi$		кг·м ² ·рад/с ²	
13	Момент силы (крутящий момент)	$M = Fr$	кг·м ² /с ²	кг·м ² /с ²	кг·м ² /(рад·с ²)
14		$M = W/\varphi$		кг·м ² /(рад·с ²)	
15	Мощность момента силы	$N = W/t$	кг·м ² /с ³	кг·м ² /с ³	кг·м ² /с ³
16		$N = M\omega = Fr\omega$		кг·м ² ·рад/с ³	
17	Момент инерции материальной точки	$J = mr^2$	кг·м ²	кг·м ²	кг·м ² /рад ²
18		$J = M/\varepsilon$		кг·м ² /рад	
19	Кинетическая энергия	$T = J\omega^2/2$	кг·м ² /с ²	кг·м ² ·рад/с ²	кг·м ² /с ²
20	Момент количества движения	mvr	кг·м ² /с	кг·м ² /с	кг·м ² /(рад·с)
21		$m\omega r^2$		кг·м ² ·рад/с	
22	Импульс момента	Mt	кг·м ² /с	кг·м ² /(рад·с)	кг·м ² /(рад·с)

Это дало возможность завуалировать ряд противоречий – см. колонку 4 таблицы, где приведены единицы СИ. Они получены из единиц колонки 5 путем избирательного применения единицы радиан, которая сохранена только в строках 1, 4 и 6. Таким образом, в СИ методом «ручного» подбора создана видимость размерностного порядка.

Однако, «откорректированные» единицы утратили соответствие определяющим уравнениям, что привело к новым размерностным противоречиям. Например, возникло совпадение единиц неоднородных физических величин – механической работы (строки 11-12) и момента силы (строки 13-14). Но единицы величин – это также и их идентификаторы, а совпадение идентификаторов неоднородных величин – то же самое, что и совпадение номерных знаков двух различных автомобилей. Или замыкание проводов в электрической схеме.

Возникло также противоречие между единицами физических величин в механике Ньютона (они представлены в СИ) и единицами таких же величин, получаемыми из уравнения Лагранжа для вращательного движения.

Целью работы является разрешение радианной проблемы.

Единицей радиуса кривизны линии в метрологии принята единица дин – метр. Это следует из определения радиуса, под которым в элементарной математике и метрологии понимают радиус окружности, некоторая часть которой совпадает с кривой. Однако, из аналитической геометрии известно, что основной, непосредственной количественной характеристикой степени отличия кривой линии от прямой является не радиус, а кривизна k линии. Она представляет собой предел $k = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} (\alpha / \Delta s)$, где α – угол между касательными, проведенными к линии

в начальной и конечной точках её отрезка длиной Δs . А радиус кривизны r – дополнительный, косвенный показатель кривизны линии, представляющий собой обратную к кривизне k величину: $r = 1/k$. Таким образом, единицей кривизны k является рад/м, а единицей радиуса кривизны r – м/рад.

Следовательно, радиус кривизны представляет собой не отрезок некоторой линии. Его смысл – не расстояние от центра к дуге, а численно равный этому расстоянию масштабный коэффициент, указывающий на соотношение между значениями двух взаимосвязанных геометрических характеристик кривой линии – размера центрального угла и длины опирающейся на него дуги.

На этом основании была выдвинута гипотеза, что исправление ошибки в единице радиуса кривизны может устранить радианную проблему.

Результаты, полученные при единице радиуса, исправленной на м/рад, и обязательном применении единицы радиан, представлены в колонке 6 таблицы.

Во всех её ячейках, за исключением строк 8-10, противоречия исчезли. Но в упомянутых строках единица центростремительного ускорения получена равной м·рад/с² (пункт «а» ячейки), что недопустимо, так как не согласуется с единицей ускорения при прямолинейном движении – м/с².

Поскольку проблемным является всего лишь один этот результат из всех полученных в колонке 6, то было выдвинуто предположение, что его причиной может быть неточность формул ускорения, приведенных в строках 8-10.

Для проверки предположения о неточности этих формул была рассмотрена процедура вывода одной из них, приведенная на с. 265-267 известного «Курса теоретической механики» И.М. Воронкова, М., Наука, 1966. В формуле есть множитель $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \{[\sin(\Delta\phi / 2)] / (\Delta\phi / 2)\}$, который равен 1 рад⁻¹, в результате чего им пренебрегли. Но это действие неправомерно, так как вместе с коэффициентом «1» из формулы исчезла единица измерения «рад⁻¹». Ранее эта ошибка не была заметна, так как нивелировалась другой ошибкой формулы – некорректной единицей радиуса кривизны метр вместо необходимой единицы м/рад.

Восстановление множителя «1 рад⁻¹» (в формулах центростремительного ускорения) обеспечивает получение в строках 8-10 правильной единицы м/с² – см. пункт «б» соответствующей ячейки таблицы.

Применение правильной единицы радиуса кривизны м/рад устранило также противоречие между единицами величин в механике Ньютона и получаемыми из уравнения Лагранжа для вращательного движения.

Исчезло также неправомерное совпадение единиц измерения механической работы (строки 11-12) и момента силы (строки 13-14).

Итак, радианная проблема разрешена. Благодаря этому физическая величина «плоский угол» может быть введена в число основных величин СИ, единицы которых обязательны для применения в выражениях единиц производных величин. Единицы уточненной СИ примут вид, представленный в столбце 6 таблицы. Несколько изменятся единицы и других производных величин, связанных с моментами, в них будет присутствовать единица радиан в той или иной степени. Более подробные сведения о разрешении радианной проблемы приведены в работе [3].

Список литературы

1. Широков К.П. Рационализация угловых единиц // Измерительная техника. – 1972. – №7. – С. 23-28.
2. Митрохин А.Н. Математика и её роль в анализе размерностей и образовании единиц измерений // Законодательная и прикладная метрология. – 2000. – №5. – С. 39-47.
3. Пожидаев С.П. Ключ до вирішення радіанної проблеми міститься в механіці // Стандартизація, сертифікація, якість. – 2018. – №5 (112). – С. 84-91.

Сведения об авторе:

Пожидаев Сергей Петрович – к.т.н., с.н.с., старший научный сотрудник ННЦ «ИМЭСХ» НААН Украины.

SOLVING RADIAN PROBLEM IN METROLOGY

Pozhydayev S.P.

Keywords: international System of Units (SI), angular values, plane angle, radian, radius of curvature, moments.

Abstract. The radian problem lies in the contradictions between the units of physical quantities of the mechanics of rotational movement. It has been established that its cause is the error of the unit of radius of curvature, and the inaccuracy of the formulas of centripetal acceleration. Correcting these errors eliminates the radian problem. Due to this, the plane angle can be entered in the number of basic quantities. Its unit radians will be required for use in expressions derived units. In this case, the units of magnitudes associated with the moments will undergo some changes.

References

1. Shirokov K.P. Rationalization angle // Measurement techniques. – 1972. – №7. – P. 23-28.
2. Mitrokhin A.N. Mathematics and its role in the analysis of dimensions and formation of units of measurement // Legislative and applied Metrology. – 2000. – №5. – P. 39-47.
3. Pozhydayev S.P. The key to solving the radian problem is in the mechanics. Standardization, certification, quality. – 2018. – No 5 (112). – P. 84-91.