

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ, АНАЛИЗА И ОПТИМИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Рыбаков К.А.

Московский авиационный институт, г.Москва

Ключевые слова: анализ, линейная стохастическая система, моделирование, оптимизация, оценивание, случайный процесс, спектральный метод, спектральная форма математического описания.

Аннотация. В докладе рассматриваются задачи, возникающие в теории линейных непрерывных стохастических систем, и подход к их решению. В основе предлагаемого подхода лежит спектральная форма математического описания и спектральный метод анализа и синтеза систем автоматического управления.

Представление функций с помощью рядов широко применяется для решения самых разных прикладных задач, в том числе задач теории управления. Один из подходов к решению задачи анализа выходных процессов линейных детерминированных систем, основанный на представлении функций рядами по произвольным полным ортонормированным системам функций (базисным системам), породил спектральную форму математического описания и спектральный метод анализа и синтеза систем управления [1]. Эта форма предполагает переход от операций с функциями к операциям с их спектральными характеристиками – упорядоченными наборами коэффициентов разложения по базисной системе, которые могут быть представлены в виде матриц-столбцов. Элементарным и типовым звеньям линейных систем, например усилительному, дифференцирующему, интегрирующему, апериодическому, колебательному и другим, ставятся в соответствие матрицы и преобразования сигналов сводятся к линейным преобразованиям спектральных характеристик. Спектральная форма математического описания применялась и для нелинейных систем управления различных классов.

Спектральный метод применялся для анализа линейных систем при случайных воздействиях, но только в рамках корреляционной теории, т.е. задача анализа выходных процессов решалась как детерминированная, где входные и выходные сигналы задавались своими математическими ожиданиями и ковариационными функциями [1, 2]. Нелинейные системы при случайных воздействиях сводились к детерминированной задаче нахождения плотности распределения вероятностей фазового вектора [3].

Предлагается расширение спектральной формы математического описания для представления случайных функций. Это дает возможность моделировать процессы, протекающие в линейных стохастических системах, решать задачи анализа выходных процессов, не переходя от случайных процессов к их моментным характеристикам или плотностям распределения вероятностей. Предложенный подход позволяет рассматривать линейные системы как с аддитивным, так и с мультипликативным шумом. Его можно применять для

решения задач оптимизации линейных систем и оценивания сигналов (фильтрации, интерполяции и экстраполяции). В основе предложенного метода кроме спектральной формы математического описания систем управления лежат известные факты о представлении случайных функций с помощью функциональных рядов со случайными коэффициентами [4–6]. Для применения спектральной формы математического описания к перечисленным выше задачам можно использовать как классические базисные системы (полиномы Лежандра, тригонометрические функции, функции Уолша и Хаара), так и финитные базисные системы, порожденные различными сплайнами. При этом задействуется алгоритмическое и программное обеспечение расчета систем автоматического управления в спектральной форме математического описания [7].

Для апробации были решены тестовые задачи моделирования и анализа выходных процессов типовых линейных систем, выходом которых являются броуновское движение (винеровский процесс), процесс Орнштейна–Уленбека (экспоненциально-коррелированный процесс), броуновский мост. Кроме того, решена тестовая задача оценки параметра в линейной стохастической системе по результатам косвенных измерений, рассмотренная ранее в [8], причем под оцениванием параметра здесь понимается и фильтрация, и интерполяция, и экстраполяция. Тестовые задачи решены с применением системы компьютерной математики Mathcad.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-08-00530-а).

Список литературы

1. Солодовников В.В., Семенов В.В. Спектральная теория нестационарных систем управления. – М.: Наука, 1974.
2. Рыбин В.В. Моделирование нестационарных непрерывно-дискретных систем управления спектральным методом в системах компьютерной математики. – М.: Изд-во МАИ, 2011.
3. Пантелеев А.В., Рыбаков К.А., Сотскова И.Л. Спектральный метод анализа нелинейных стохастических систем управления. – М.: Вузовская книга, 2015.
4. Пригарин С.М. Методы численного моделирования случайных процессов и полей. – Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2005.
5. Кахан Ж.-П. Случайные функциональные ряды. – М.: Мир, 1973.
6. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов (нелинейная фильтрация и смежные вопросы). – М.: Наука, 1974.
7. Рыбаков К.А., Рыбин В.В. Алгоритмическое и программное обеспечение расчета систем автоматического управления в спектральной форме математического описания // Современная наука: теоретические, практические и инновационные аспекты развития. Т. 2. Ростов-на-Дону: Изд-во Международного исследовательского центра «Научное сотрудничество», 2018. – С. 171-199.
8. Рыбаков К.А. Решение нелинейных задач оценивания при обработке навигационных данных с использованием непрерывного фильтра частиц // Гироскопия и навигация. – 2018. Т. 26. № 4 (103). – С. 82-95.

Сведения об авторе:

Рыбаков Константин Александрович – к.ф.-м.н., доцент, МАИ, г.Москва.

APPLICATION OF SPECTRAL METHOD FOR LINEAR STOCHASTIC CONTROL SYSTEMS MODELING, ANALYSIS AND OPTIMIZATION

Rybakov K.A.

Keywords: analysis, estimation, linear stochastic system, modeling, optimization, random process, spectral form of mathematical description, spectral method.

Abstract. The paper considers the problems arising in the theory of linear continuous stochastic systems and deals with the approach to their solution. The proposed approach is based on the spectral form of the mathematical description and the spectral method for automatic control systems analysis and synthesis.

References

1. Solodovnikov V.V., Semenov V.V. Spectral Theory of Nonstationary Control Systems. Moscow: Science, 1974.
2. Rybin V.V. Modeling of nonstationary continuous-discrete control systems by spectral method on computers. Moscow: MAI Publ., 2011.
3. Panteleev A.V., Rybakov K.A., Sotskova I.L. Spectral method of nonlinear stochastic control system analysis. M.: University book, 2015.
4. Prigarin S.M. Methods of Numerical Simulation of Random Processes and Fields. Novosibirsk: ICM&MG SB RAS Publ., 2005.
5. Kahane J.-P. Some Random Series of Functions. Cambridge University Press, 1994.
6. Liptser R., Shiryaev A.N. Statistics of Random Processes. Springer, 2001.
7. Rybakov K.A., Rybin V.V. Algorithms and Software for Calculating Automated Control Systems in the Spectral Form of Mathematical Description // Modern Science: Theoretical, Practical and Innovative Aspects of Development, vol. 2. Rostov-on-Don: Scientific Cooperation Publ., 2018, pp. 171–199.
8. Rybakov K.A. Solving the nonlinear problems of estimation for navigation data processing using continuous particle filter // Gyroscopy and Navigation, 2019, vol. 10, no. 1.