

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЛОСКОГО ДВУХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА

Израелян Г.М., Красило М.С., Гурин И.В.

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону

Ключевые слова: манипулятор, эффектор, прямая кинематика, обратная кинематика, глобальная система координат, локальная система координат.

Аннотация. В статье рассматривается расчет кинематики манипулятора. Приведен поэтапный алгоритм для вывода требуемых формул. Формулы прямой кинематики позволяют определить положение манипулятора при задании определенных углов для каждого звена, а обратной – определить на какие углы нужно отклонить каждое звено для попадания схвата манипулятора в необходимую точку. Представлен расчет для двухзвеного манипулятора.

KINEMATIC CALCULATION OF THE PLANAR TWO-LINK MANIPULATOR

Israelyan H.M., Krasilo M.S., Gurin I.V.

Don State Technical University, Rostov-on-Don

Keywords: manipulator, effector, direct kinematics, inverse kinematics, global coordinate system, local coordinate system.

Abstract. The article deals with the manipulator kinematic calculation. A step-by-step algorithm for the derivation of the required formulas is presented. Direct kinematics formulas allow to determine the position of the manipulator when specifying certain angles, inverse kinematics allows to determinate angles for each link when the end point position is known. The presented calculation is suitable for two-link manipulator.

Для управления силовыми приводами сочленений манипулятора приходится опираться на законы кинематики и динамики манипулятора. Это необходимо для планирования траекторий движения каждого звена, то есть перемещения опорных точек этих звеньев из начального положения в конечное [1].

Необходимо рассчитать прямую и обратную кинематику манипулятора. Прямая задача состоит в том, чтобы по известным значениям обобщённых координат (в данном случае углы поворота звеньев) определить положения звеньев относительно некоторой базовой системы координат. Обратная ей задача называется обратной или инверсной кинематикой, заключается в определении параметров обобщённых координат для достижения желаемой позиции и ориентации рабочего органа манипулятора [2].

Начнем с расчета прямой кинематики. На рисунке 1 изображена схема звеньев в нулевом положении (углы всех звеньев относительно глобальной системы координат (ГСК) XU равны нулю).

Эффектор – конечная точка, перемещением которой нужно управлять.

Изобразим на рисунке 2 локальные системы координат каждого звена. Ось X_l будет направлена вдоль звена, Y_l перпендикулярна ей.

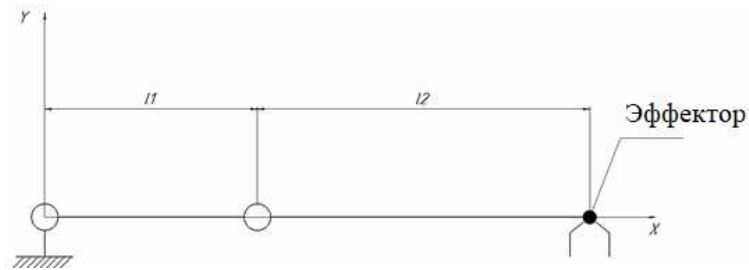


Рис. 1. Нулевое положение звеньев

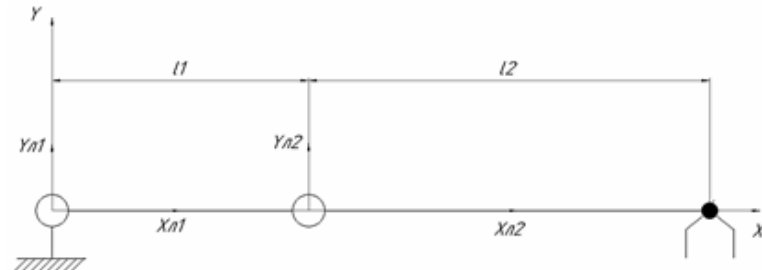


Рис. 2. Локальные системы координат звеньев

Установим локальный угол первого звена равный α_1 . Изобразим это на рисунке 3.

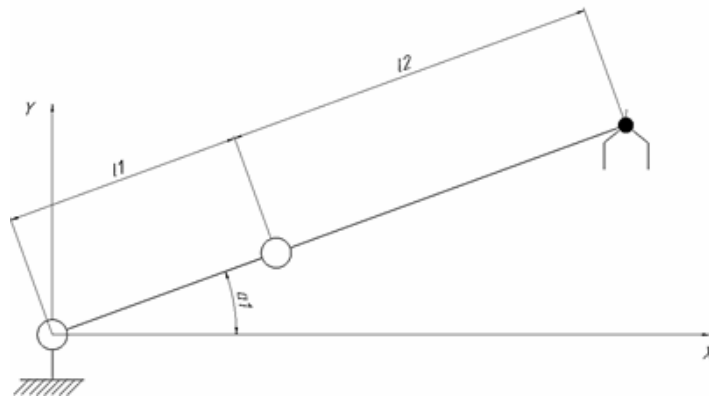


Рис. 3. Поворот первого звена

По рисунку видно, что угол второго звена относительно глобальной системы координат стал равным углу первого. Из этого можно сделать вывод, что угол второго звена равен сумме углов первого и второго звена относительно их локальных систем координат.

$$\alpha_{Г1} = \alpha_{Л1};$$

$$\alpha_{Г2} = \alpha_{Г1} + \alpha_{Л2}.$$

Зная длины звеньев и углы их наклона можно определить проекции звеньев на ГСК по теореме Пифагора (рис. 4):

$$x_1 = \cos \alpha_{Г1} \cdot l_1;$$

$$x_2 = \cos \alpha_{Г2} \cdot l_2;$$

$$y_1 = \sin \alpha_{Г1} \cdot l_1;$$

$$y_2 = \sin \alpha_{Г2} \cdot l_2;$$

$$x_Г = x_1 + x_2;$$

$$y_Г = y_1 + y_2.$$

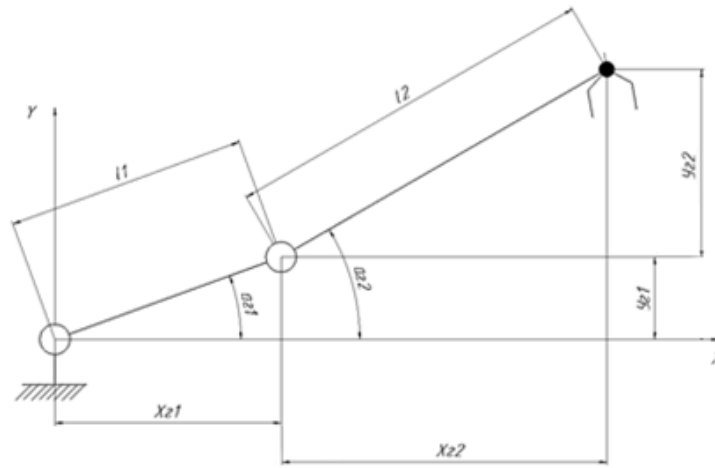


Рис. 4. Проекции звеньев на ГСК

При решении обратной задачи кинематики, необходимо задать точку $(x_{Г2}, y_{Г2})$ положения эффектора относительно ГСК и по ней определить, какие необходимо установить углы поворота звеньев для достижения этой точки [3] (рис. 5).

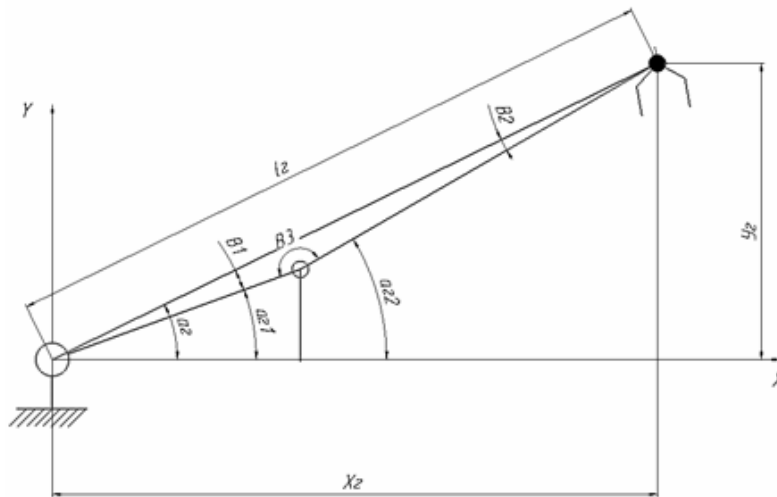


Рис. 5. Задание вектора направления манипулятора

$$\alpha_{Г} = \arctg \frac{y_{Г}}{x_{Г}};$$

$$l_{Г} = \sqrt{(x_{Г})^2 + (y_{Г})^2};$$

$$(l_2)^2 = (l_1)^2 + (l_{Г})^2 - 2l_1l_{Г} \cos \beta_1;$$

$$\beta_1 = \arccos \left(\frac{(l_1)^2 + (l_{Г})^2 - (l_2)^2}{2l_1l_{Г}} \right);$$

$$\beta_3 = \arccos \left(\frac{(l_2)^2 + (l_1)^2 - (l_{Г})^2}{2l_2l_1} \right).$$

Теперь выразим глобальные углы поворота звеньев:

$$\alpha_{Г1} = \alpha_{Г} - \beta_1;$$

$$\alpha_{Г2} = 180 - \beta_3 + \alpha_{Г1}.$$

Выразим локальные углы поворота звеньев:

$$\alpha_{Л1} = \alpha_{Г1} = \alpha_{Г} - \beta_1;$$

$$\alpha_{Л2} = \alpha_{Г2} - \alpha_{Г1} = (180 - \beta_3 + \alpha_{Г1}) + \alpha_{Л1}.$$

Выполним подстановку, чтобы получить итоговые выражения локальных углов:

$$\alpha_{Л1} = \arctg \frac{y_{Г}}{x_{Г}} - \arccos \left(\frac{(l_1)^2 + (l_{Г})^2 - (l_2)^2}{2l_1 l_{Г}} \right);$$

$$\alpha_{Л2} = 180 - \arccos \left(\frac{(l_1)^2 + (l_2)^2 - (l_{Г})^2}{2l_1 l_2} \right).$$

Теперь, зная длины каждого звена манипулятора и координаты конечной точки, в которой он должен находиться, можно определить величины углов, на которые нужно отклонить каждое сочленение. Таким образом, была решена обратная кинематика манипулятора.

Список литературы

1. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. Пер с англ. – М.: Мир, 1989. – 624 с.
2. Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А. Методы управления робототехническими приложениями. – СПб.: Университет ИТМО, 2016. – 108 с.
3. Климчик А.С., Гомолицкий Р.И., Фурман Ф.В., Сёмкин К.И. Разработка управляющих программ промышленных роботов: Курс лекций для студентов специальности I-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах» дневной формы обучения [Электронный ресурс]. – Минск, 2008. – 131с.

Сведения об авторах:

Израелян Гарри Михайлович – студент, ДГТУ, Ростов-на-Дону;

Красило Михаил Сергеевич – студент, ДГТУ, Ростов-на-Дону;

Гурин Илья Васильевич – студент, ДГТУ, Ростов-на-Дону.