

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ РЕЖИМОВ ДИНАМИЧЕСКОГО ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН ТРАНСПОРТНОГО И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ: ГРАФЫ ДИНАМИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ И ФОРМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

Елисеев А.В., Миронов А.С.

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск

Ключевые слова: механическая колебательная система, структурная математическая модель, передаточная функция, динамическая жесткость, динамическое гашение колебаний, динамические состояния, формы динамических взаимодействий.

Аннотация. Развивается системный подход в построении основ метода структурного математического моделирования в приложении к задачам динамики технических объектов, работающих в условиях интенсивного вибрационного нагружения. Цель исследования заключается в разработке методологического подхода к оценке совокупностей динамических состояний и форм динамического взаимодействия элементов механических колебательных систем, рассматриваемых в качестве расчетных схем технических объектов. В рамках единого подхода разработан метод интерпретации динамических состояний и форм динамических взаимодействий элементов механической колебательной системы, находящийся под воздействием связанных возмущений силовой и кинематической природы, с помощью ориентированных графов динамических состояний и графов динамических форм взаимодействий.

NEW APPROACHES TO THE ASSESSMENT OF THE MODES OF DYNAMIC DAMPING OF VIBRATIONS OF ELEMENTS OF VIBRATING MACHINES FOR TRANSPORT AND TECHNOLOGICAL PURPOSES: GRAPHS OF DYNAMIC STATES AND FORMS OF INTERACTIONS

Eliseev A.V., Mironov A.S.

Irkutsk State Transport University, Irkutsk

Keywords: mechanical oscillatory system, structural mathematical model, transfer function, dynamic rigidity, dynamic damping of vibrations, dynamic states, forms of dynamic interactions.

Abstract. Methods of structural mathematical modeling are being developed in application to the problems of dynamics of technical objects operating under conditions of intense vibration loading. The aim is to develop an approach to the assessment of dynamic states and interactions of elements of mechanical oscillatory systems. Within the framework of a unified approach, a method has been developed for interpreting dynamic states and forms of dynamic interactions of elements of a mechanical oscillatory system using oriented graphs of dynamic states and forms of interactions.

Введение. Многие технические средства транспортного и технологического назначения эксплуатируются в условиях повышенных динамических нагрузок. Для обеспечения необходимого уровня надежности и безопасности эксплуатации технических средств необходимы расчеты для оценки вибрационных состояний [1-3].

Современные технические объекты, включая мехатронные модули, являются достаточно сложными системами, которые состоят из

массоинерционных, упругих и, рассеивающих энергию, элементов. Для реализации специальных динамических эффектов и специфических форм взаимодействий системы могут включать в себя элементы, которые реализуют функциональные связи с учетом возможности использования их как настроечных параметров [4].

Широкий спектр исследований в области динамики механических колебательных систем направлен на создание научно-методологической базы. В рамках такого теоретического фундамента решаются проблемы динамики машин, оборудования и механизмов, работающих под периодическими (обычно гармоническими) внешними воздействиями силового или кинематического характера.

Структурное математическое моделирование занимает значительное место среди распространенных технологий оценки, контроля и формирования динамических состояний технических объектов [5-7].

В рамках структурных методов механическим колебательным системам сопоставляются схемы эквивалентные в динамическом отношении систем автоматического управления. Ключевое значение для отображения динамических состояний системы имеют частотные характеристики передаточных отношений.

Вместе с тем, аналитический подход, направленный на оценку существенных динамических особенностей системы в рамках представлений о формах взаимодействий элементов, как сонаправленных движениях, сталкивается с определенными трудностями [8-10].

Предлагаемая работа посвящена развитию системного подхода в рамках структурно-математического моделирования к решению задач оценки совокупности динамических состояний и форм динамических взаимодействий элементов механических колебательных систем при условии функционально связанных внешних силовых возмущений.

I. Основные положения. Постановка задачи. Рассматривается цепная механическая колебательная система с двумя степенями свободы (рис. 1). Массоинерционные элементы m_1 , m_2 крепятся друг к другу и к опорным поверхностям с помощью упругих элементов с жесткостями k_1 , k_2 , k_3 . Система совершает малые вынужденные установившиеся колебания относительно положения статического равновесия под воздействием внешних гармонических синфазных силовых возмущений Q_1 и Q_2 . Смещения y_1 , y_2 массоинерционных элементов m_1 , m_2 относительно положения статического равновесия служат обобщенными координатами.

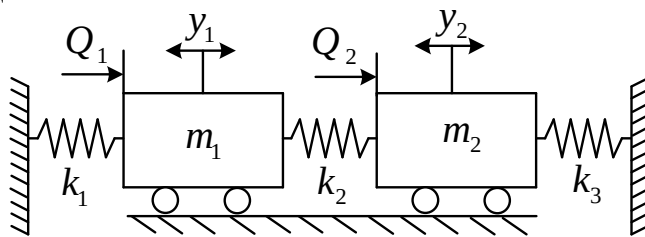


Рис. 1. Расчётная схема технического объекта: m_1 , m_2 -массоинерционные элементы; k_1 , k_2 , k_3 – жесткости пружин; y_1 , y_2 – обобщенные координаты, Q_1 , Q_2 – внешние силы

Предполагается, что между внешними силовыми возмущениями Q_1 и Q_2 , приложенными к массоинерционным элементам m_1 и m_2 механической колебательной системы, реализуется функциональная связь вида:

$$Q_2 = \gamma Q_1, \quad (1)$$

где параметр $\gamma \in (-\infty, \infty)$ отображает зависимость силовых возмущений и называется коэффициентом связности. В частности, если $\gamma = 0$, то силовое возмущение приложено только к элементу m_1 . Для такого варианта приложения внешнего возмущения на соответствующей парциальной частоте реализуется динамическое гашение колебаний координаты y_1 . Наравне с динамическим состоянием (режим динамического гашения и резонанс), особенности движения элементов системы могут быть охарактеризованы положительной или отрицательной формами динамических взаимодействий, отображающих совпадение или несовпадение направленности движения массоинерционного элемента относительно изменения координаты внешнего возмущения.

С обобщенной точки зрения можно полагать, что для фиксированного коэффициента связности γ внешних возмущений реализуется совокупность динамических состояний и форм динамических взаимодействий элементов механической колебательной системы. Можно полагать, что варьирование коэффициента связности приведет к проявлению новых динамических особенностей механической колебательной системы, что позволит рассматривать коэффициент связности как некоторый настроечный параметр специфических эффектов.

Задача заключается в разработке методологического подхода к оценке совокупности динамических состояний и форм взаимодействий элементов механической колебательной системы, находящейся под воздействием двух связанных внешних гармонических синфазных возмущений силовой природы, в зависимости от коэффициента связности.

II. Математическая модель. Механическая колебательная система (рис. 1) на основе известных методов [6, 11] может быть представлена в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рис. 2).

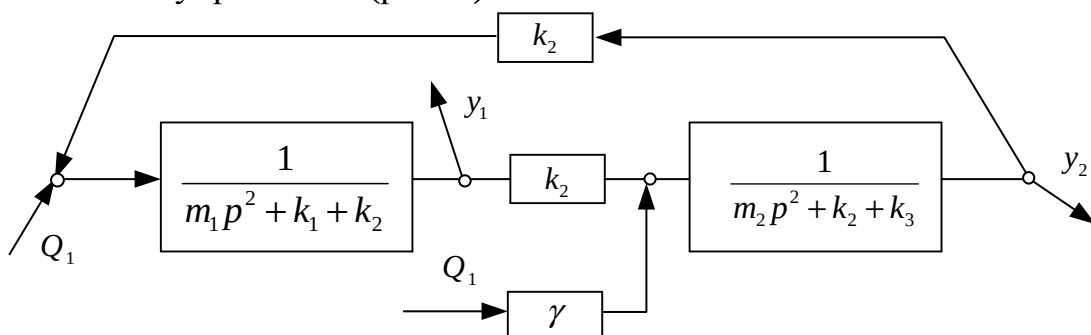


Рис. 2. Структурная схема механической колебательной системы (рис. 1) с учетом коэффициента связности внешних воздействий γ

В свою очередь на основе структурной схемы (рис. 2) может быть представлено передаточное отношение с учетом коэффициента связности внешних возмущений:

$$W_{11}(\gamma, p)|_{p=j\omega} = \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \frac{-m_2(\omega^2 - (n_2^2 + \gamma\Delta_2^2))}{m_1 m_2 (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}, \quad (2)$$

где характерные частоты системы:

$$n_1^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1}, \quad (3)$$

$$n_2^2 = \frac{k_2 + k_3}{m_2}, \quad (4)$$

$$\Delta_1^2 = \frac{k_2}{m_1}, \quad (5)$$

$$\Delta_2^2 = \frac{k_2}{m_2}, \quad (6)$$

$$\omega_1^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2}\right)^2 + \Delta_1^2 \Delta_2^2}, \quad (7)$$

$$\omega_2^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2}\right)^2 + \Delta_1^2 \Delta_2^2}. \quad (8)$$

Передаточное отношение (2) позволяет для фиксированного коэффициента связности γ определить совокупность динамических состояний (нули и полюса) и формы динамических взаимодействий (знакоположительные и знакоотрицательные частотные интервалы)

III. Совокупность динамических состояний и форм динамических взаимодействий элемента системы в зависимости от коэффициента связности. Рассматривается γ коэффициент связности, удовлетворяющий условиям:

$$\gamma_0 < \gamma < \gamma_1, \quad (9)$$

где $\gamma_0 = -n_2^2/\Delta_2^2$, а γ_1 является решением уравнения $n_2^2 + \gamma_1 \Delta_2^2 = \omega_1^2$. При условии (9) передаточное отношение (2) принимает вид:

$$W_{11}(\gamma, p)|_{p=j\omega} = \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \frac{-m_2(\omega^2 - \omega_0^2)}{m_1 m_2 (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}, \quad (10)$$

где выражение $\omega_0^2 = n_2^2 + \gamma\Delta_2^2$ определяет частоту ω_0 обнуления амплитуды координаты y_1 , которая находится на интервале $(0, \omega_1)$ между нулевой частотой и первой собственной частотой.

Особенности динамических состояний и форм взаимодействий элемента m_1 определяются частотой ω_0 обнуления амплитуды координаты y_1 и собственными частотами ω_1 и ω_2 системы (табл. 1).

Табл. 1. Особенности передаточного отношения $W_{11}(\gamma, p)|_{p=j\omega}$ для $\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$

Частоты ω	$[0]$	$(0, \omega_0)$	$[\omega_0]$	$(0, \omega_1)$	$[\omega_1]$	(ω_1, ω_2)	$[\omega_2]$	(ω_2, ∞)
$W_{11}(\gamma, p) _{p=j\omega}$	$W_{11}(\gamma, 0)$	+	0	-	∞	+	∞	-

Совокупность динамических состояний и форм динамических взаимодействий элемента механической колебательной системы может быть представлена соответствующими графами динамических состояний и форм динамических взаимодействий элементов механической колебательной системы (рис. 3).

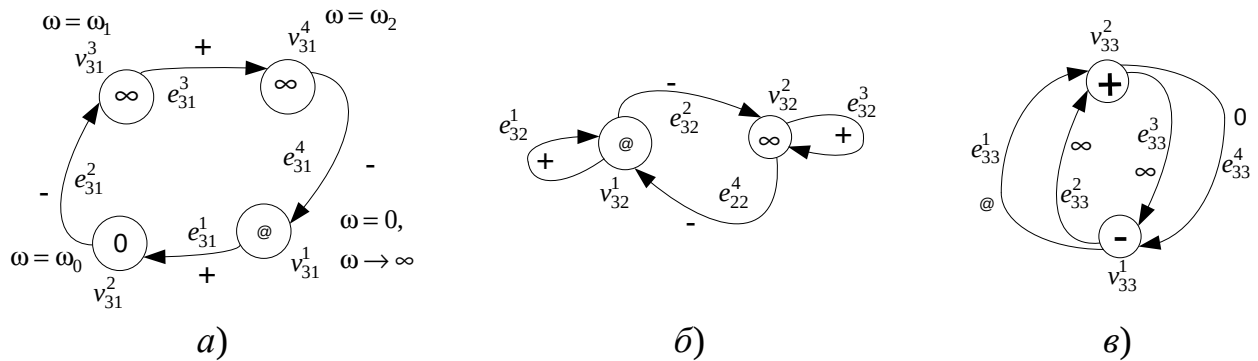


Рис. 3. Совокупности динамических состояний и форм динамических взаимодействий: *а* – граф $G_{31} = \{V_{31}, E_{31}\}$ динамических состояний, *б* – граф $G_{32} = \{V_{32}, E_{32}\}$ динамических состояний с учетом отождествления состояний с нулевой амплитудой и резонансов, *в* – граф $G_{33} = \{V_{33}, E_{33}\}$ динамических форм взаимодействий

Граф динамических состояний $G_{31} = \{V_{31}, E_{31}\}$ без учета отождествления состояний резонанса на различных частотах образован совокупностью вершин $V_{31} = \{v_{31}^1, v_{31}^2, v_{31}^3, v_{31}^4\}$, где вершина $v_{31}^1 = «@»$ отображает обобщенное состояние «покоя-запирания», вершина $v_{31}^2 = «0»$ отображает «новое» состояние обнуления координаты y_1 на частоте ω_0 , вершины $v_{31}^3 = '\infty'$ и $v_{31}^4 = '\infty'$ отображают состояния резонанса на собственных частотах ω_1 и ω_2 соответственно. Формы динамических взаимодействий элемента системы представлены множеством дуг $E_{31} = \{e_{31}^1, e_{31}^2, e_{31}^3, e_{31}^4\}$, где дуга $e_{31}^1 = \langle (v_{31}^1, v_{31}^2), '+' \rangle$ отображает положительную форму взаимодействия элемента системы на частотном интервале $(0, \omega_0)$, дуга $e_{31}^2 = \langle (v_{31}^2, v_{31}^3), '-' \rangle$ отображает отрицательную форму взаимодействия на частотном интервале (ω_0, ω_1) , дуга $e_{31}^3 = \langle (v_{31}^3, v_{31}^4), '+' \rangle$ отображает положительную форму взаимодействий на частотном интервале (ω_1, ω_2) и дуга $e_{31}^4 = \langle (v_{31}^4, v_{31}^1), '-' \rangle$ отображает отрицательную форму взаимодействий элемента системы на частотном интервале (ω_2, ∞) .

На основе представленного графа $G_{31} = \{V_{31}, E_{31}\}$ динамических состояний может быть построен граф $G_{32} = \{V_{32}, E_{32}\}$ с учетом отождествления между собой определенных динамических состояний, обладающих специфическими признаками. В случае выбора в качестве объекта оценка форм движений элемента системы строится граф $G_{33} = \{V_{33}, E_{33}\}$ динамических форм взаимодействий, который для рассматриваемой механической колебательной системы образован двумя вершинами $V_{33} = \{v_{33}^1, v_{33}^2\}$, где $v_{33}^1 = '-'$, $v_{33}^2 = '+'$ отображают отрицательную и положительную формы взаимодействия, а множеством дуг, отображающих обобщенные динамические состояние.

IV. Варианты обобщения динамических состояний и форм динамических взаимодействий элемента системы, находящейся в условиях вибрационных нагружений силовой природы с учетом связности. Используя представленный подход отображения динамических состояний и форм динамических взаимодействий в виде пары графов, могут быть отображены динамические особенности механической колебательной системы для коэффициентов связности, которые не обеспечивают реализации режима обнуления амплитуды колебания координаты y_1 .

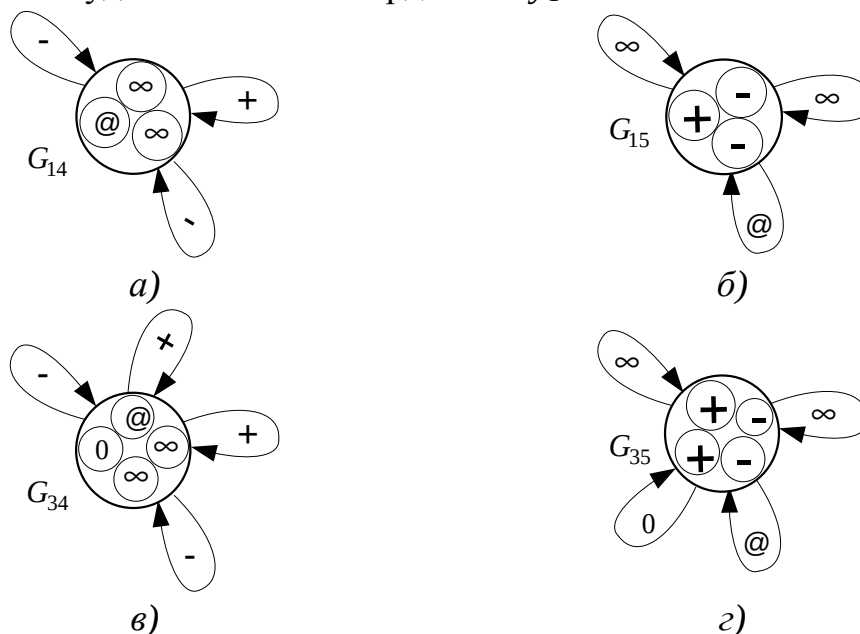


Рис. 4. Модели механических колебательных систем в виде ориентированных графов: а) граф динамических состояний для $\gamma < \gamma_0$, б) граф динамических форм взаимодействий для $\gamma < \gamma_0$, в) граф динамических состояний для $\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$, г) граф динамических форм взаимодействий для $\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$

Заключение. В рамках структурного-математического моделирования разработан методологический подход для оценки совокупности состояний и форм динамических взаимодействий элементов системы, находящейся в условиях вибрационного нагружения, на основе интерпретации динамических особенностей в помощью ориентированных графов, допускающих различные виды преобразований в зависимости от выбора объекта, динамическое состояние которого оценивается.

На основе разработанного подхода показано, что коэффициент связности внешних возмущающих силовых факторов может выступать в качестве настроечного параметра, регулирующего совокупность динамических состояний и динамических форм взаимодействий элементов механической колебательной системы, в частности, определять возможность проявления режима динамического гашения колебаний.

Разработанный подход может быть распространен на механические колебательные системы, включающие в свой состав устройства для преобразования движения, с несколькими степенями свободы для оценки совокупности динамических состояний и форм динамических взаимодействий.

Список литературы

1. Махутов Н.А. Безопасность и риски: системные исследования и разработки. – Новосибирск: Наука, 2017. – 724 с.
2. De Silva C.W. Vibration. Fundamentals and Practice. – Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. – 957 p.
3. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. – Springer International Publishing, Switzerland, 2016. – 708p.
4. Елисеев С.В. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко – Новосибирск: Наука, 2011. – 384 с.
5. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects // Series: Studies in Systems, Decision and Control, Vol. 252, Springer International Publishing, Cham, 2020, 521 p.
6. Елисеев А. В. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов / А.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, А.О. Московских. – М.: Инновационное машиностроение, 2019. – 381 с.
7. Елисеев С.В. Методология системного анализа в задачах оценки, формирования и управления динамическим состоянием технологических и транспортных машин / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев, Р.С. Большаков, А.П. Хоменко – Новосибирск, 2021. – 679 с.
8. Елисеев А.В. Новые подходы в оценке динамических свойств колебательных структур: частотные функции и связность движений / А.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, С.В. Елисеев // Труды МАИ. 2021. № 120.
9. Елисеев С.В. Системные представления динамики механических колебательных структур на основе частотной функции и функции демпфирования / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов // Завалишинские чтения-21. XVI Международная конференция по электромеханике и робототехнике. Санкт-Петербург, 2021. С. 101-103.
10. Елисеев А.В. Системный анализ в оценке динамических состояний технических объектов: динамическое гашение колебаний, связность внешних воздействий / Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Елисеев С.В. // Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета. 2021. № 3 (48). С. 17-3.
11. Елисеев А.В. Системные подходы в оценке динамических состояний механических колебательных систем: технология структурных преобразований / А.В. Елисеев, А.С. Миронов, С.В. Елисеев // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 1. С. 7-15.

Сведения об авторах:

Елисеев Андрей Владимирович – к.т.н.;

Миронов Артем Сергеевич – соискатель.