

ОЦЕНКА ЭНЕРГОЕМКОСТИ КОНСТРУИРУЕМЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ОБЪЕКТОВ

Бохонский А.И.¹, Майстришин М.М.², Мозолевская Т.В.¹

¹*Черноморское высшее военно-морское училище имени П.С. Нахимова;*

²*Севастопольский государственный университет, Севастополь*

Ключевые слова: конструирование управлений, вариационное исчисление, полная обратная задача, примеры синтеза управлений, энергоемкость управляемого движения.

Аннотация. Сравниваются конструируемые оптимальные управления переносным движением объектов (без предварительного задания критерия оптимальности). На примерах проиллюстрирована возможность синтеза управлений (переносных ускорений), которые позволяют существенно снизить затраты энергии для достижения цели движения – из исходного состояния покоя в конечное состояние покоя за приемлемое минимальное возможное время движения.

ESTIMATION OF THE ENERGY INTENSITY OF THE CONSTRUCTED OPTIMAL CONTROLS OF OBJECTS

Bokhonsky A.I.¹, Maystrishin M.M.², Mozolevskaya T.V.¹

¹*Black Sea Higher Naval School named after P.S. Nakhimov;*

²*Sevastopol State University, Sevastopol*

Keywords: control design, calculus of variations, complete inverse problem, examples of control synthesis, energy consumption of controlled motion.

Abstract. The reversely constructed optimal controls for the objects' portable motion are compared (without pre-specifying the optimality criterion). The examples illustrate the possibility of synthesizing controls (portable accelerations), which can significantly reduce energy costs to achieve the goal of movement – from the initial state of rest to the final state of rest in an acceptable minimum possible time of movement.

Введение. Теории оптимального управления движением объектов, методам управления колебаниями упругих систем с сосредоточенными и распределенными параметрами посвящены работы [1-6] и другие.

В настоящее время в связи с развитием робототехники, использованием мехатронных модулей с упруго деформируемыми элементами, повышением производительности объектов современной техники актуальны задачи активного (управляемого) подавления колебаний, влияющих на качество технологических процессов. В работах [7-12] полученные результаты решения ряда задач подтверждают существование широкого класса оптимальных кососимметричных управлений, которые позволяют за минимально возможное время переместить упругий объект из исходного состояния покоя в конечное состояние абсолютного либо относительного покоя при экономии энергии для достижения поставленной цели движения.

Цель исследования – сравнение результатов конструирования отдельных типов оптимальных управлений (ускорений) с оценкой энергетических затрат на движения.

Задачи конструирования управлений решены без предварительного задания критерия оптимальности.

1. Ускорение в виде гармонической функции

Задана функция и найдены ее интегралы:

$$Ue(t) = a \sin(pt), Ve(t) = \int Ue(t)dt + C_1, Se(t) = \int Ve(t)dt + C_2. \quad (1)$$

Константы C_1 и C_2 определены из краевых условий

$$Se(0) = 0; Ve(0) = 0, Se(T) = L. \quad (2)$$

Параметры T (общее время движения) и p связаны зависимостью $p = \frac{2\pi}{T}$.

После преобразований получены выражения для управления, скорости и перемещения:

$$\begin{aligned} Ue(t) &= 2\pi \frac{L}{T^2} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right), Ve(t) = \frac{L}{T} \left(t - \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right), \\ Se(t) &= \frac{L}{2\pi} \left(2\pi \frac{t}{T} - \sin \frac{2\pi t}{T}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Энергия, затраченная на реализацию движения из исходного покоя в конечное состояние покоя (при $m = 1\text{кг}$), равна:

$$A = 2 \int_0^{T/2} UeVedt = \frac{4L^2}{T^2}. \quad (4)$$

Графики $Ue(t)$, $Ve(t)$, $Se(t)$ изображены на рисунке 1.

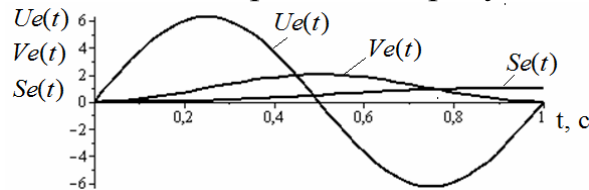


Рис. 1. Графики перемещения, скорости и ускорения

Если принять в качестве управления функцию $Ue(t) = a \sin^3(pt)$ и выполнить аналогичные преобразования, то затраты энергии останутся без изменения, т.е. и в этом случае $A = \frac{4L^2}{T^2}$, а управление $Ue(t) = \frac{3\pi L}{T^2} \sin^3\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$.

При заданных L и T найдено управление, позволяющее переместить объект в конечное состояние покоя.

2. Классическое управление «разгон – торможение»

И в этом случае оказывается естественным нахождение ускорения (управления) без использования известного критерия оптимальности $\int_0^T U_1^2 dt$.

Пусть поведение объекта описывается полиномом с его производными

$$S_1(t) = \sum_{i=1}^4 C_i t^{i-1}, V_1(t) = \frac{dS_1(t)}{dt}, U_1(t) = \frac{dV_1(t)}{dt}. \quad (5)$$

Тогда, с учетом только краевых условий

$$S_1(0) = 0, V_1(0) = 0, S_1(T) = L, V_1(T) = 0 \quad (6)$$

непосредственно следуют известные из литературы зависимости:

$$U_1(t) = \frac{6L}{T^3}(T - 2t), V_1(t) = \frac{6Lt}{T^3}(T - t), S_1(t) = \frac{Lt^2}{T^3}(3T - 2t). \quad (7)$$

Энергия, затраченная на реализацию данного оптимально управляемого движения

$$A_1 = \int_0^{t/2} U_1 V_1 dt = 2,25 \frac{L^2}{T^2}, \quad (8)$$

которая существенно меньше энергии при синусоидальном кососимметричном управлении (3).

Графики $U_1(t)$, $V_1(t)$, $S_1(t)$ изображены на рисунке 2.

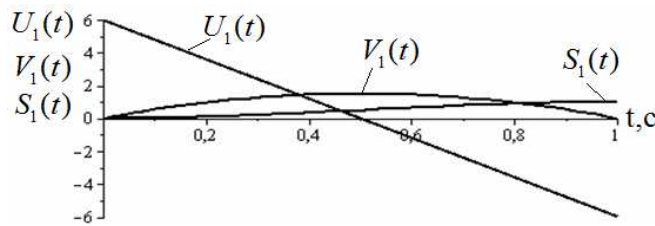


Рис. 2. Графики перемещения, скорости и ускорения

Для пояснения явления уменьшения энергии при классическом оптимальном управлении (7) достаточно сравнить графики скоростей $V_1(t)$ и $Ve(t)$ (рис. 3).

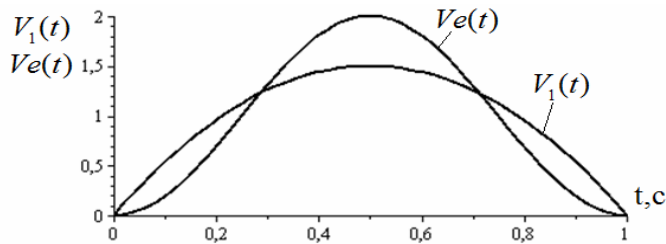


Рис. 3. Графики скоростей $V_1(t)$ и $Ve(t)$

Кинетическая энергия в классическом уравнении (при $t = \frac{T}{2}$) меньше, чем при синусоидальном управлении.

3. Конструирование нового типа управления

Принимаем оптимальное перемещение в виде полинома, удовлетворяющего начальным условиям $S_2(0) = 0, V_2(0) = 0$:

$$S_2(t) = \sum_{i=1}^4 C_i t^{i+1}, V_2(t) = \frac{dS_2(t)}{dt}, U_2(t) = \frac{dV_2(t)}{dt}. \quad (9)$$

Для определения постоянных дополнительно приняты краевые условия:

$$V_2(0) + V_2(T) = 0; S_2(T) = L; \frac{dU_2}{dt}(T/2) = 0; \frac{d^2U_2}{dt^2}(T/2) = 0. \quad (10)$$

Аналогичный результат дает условие равенства производной от интеграла действия (по константе C_3).

$$\frac{\partial J}{\partial C_3} = \frac{1}{2} \int_0^T (U_1 - U_2)^2 dt = 0.$$

После определения константы и факторизации полиномов, выражения для ускорения, скорости, перемещения принимают вид:

$$U_2 = \frac{10L(T-2t)^3}{T^5}, \quad V_2 = \frac{10Lt(T-t)}{T^5} (2t^2 - 2Tt + T^2),$$

$$S_2 = \frac{Lt^2}{T^5} (5T^3 - 10T^2t + 10Tt^2 - 4t^3). \quad (11)$$

Графики $U_2(t)$, $V_2(t)$, $S_2(t)$ изображены на рисунке 4.

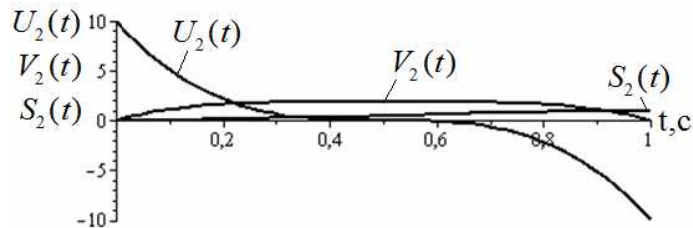


Рис. 4. Графики ускорения (нового управления), скорости и перемещения

Для данного управления затрачиваемая энергия равна

$$A_2 = 2 \int_0^T U_2 V_2 dt = \frac{1,5625L^2}{T^2}. \quad (12)$$

На рисунке 5 показаны графики скоростей двух типов управлений – классического и нового (конструируемого).

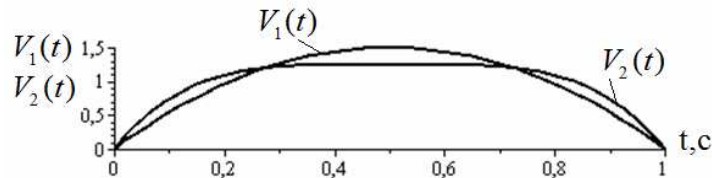


Рис. 5. Графики скоростей $V_1(t)$ и $V_2(t)$

Для нового типа управления на среднем участке движение близко к равномерному с уменьшением кинетической энергии.

Заключение

1. Экономия энергии достигается в случае реверсионного конструирования управления типа разгон – торможение.

2. В рассмотренных управлениях движением в случае упругого объекта достижимо также состояние абсолютного покоя в конце движения.

3. Если движение осуществляется не из состояния покоя упругого объекта (начальные условия в относительном движении не равны нулю), то приближенное решение можно получить за счет, например, уточнения времени движения (из моментных соотношений).

Список литературы

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
2. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

3. Карновский И.А. Методы оптимального управления колебаниями деформируемых систем / И.А. Карновский, Ю.М. Почтман. – К.: Высш. школа, 1982. – 116 с.
4. Троицкий В.А. Оптимальные процессы колебаний механических систем. – Л.: Машиностроение, 1976. – 236 с.
5. Черноушко Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноушко, П.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
6. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1975. – 568с.
7. Бохонский А.И. Энергоемкость управления перемещением объектов // Фундаментальные основы механики. – 2017. – №2. – С. 38-41.
8. Бохонский А.И. Конструирование управляемого движения объекта / А.И. Бохонский, А.И. Рыжков // Механика, автоматика и робототехника. – 2017. – №1. – С. 64-69.
9. Бохонский А.И. Конструирование оптимального управления движения объектов как абсолютно твердых и деформируемых тел / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, А.И. Рыжков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2016. – С.70-76.
10. Бохонский А.И. Оптимальность конструируемых управлений перемещением объектов / А.И. Бохонский, М.М. Майстришин // Научно-технический журнал. – Гос. университет – УНПК, 2017. – С. 31-38.
11. Бохонский А.И. Реверсионный принцип оптимальности. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.
12. Бохонский А.И. Оценка энергопотребления для оптимального управления движением объекта (Evaluation of energy consumption for the object motion optimal control / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // ICMTMTE IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2020. doi: 10.1088/1757-899X/709/4/044093.

Сведения об авторах:

Бохонский Александр Иванович – д.т.н., профессор;

Майстришин Михаил Михайлович – к.т.н., доцент;

Мозолева Татьяна Викторовна – к.т.н., доцент.