

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Елисеев С.В., Каргапольцев С.К., Миронов А.С.

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск

Ключевые слова: математическая модель, механическая колебательная система, передаточная функция, распределение амплитуд колебаний, динамические режимы, узлы колебаний.

Аннотация. Развивается метод построения математических моделей для технических объектов, отображаемых расчетными схемами в виде механических колебательных систем с сосредоточенными параметрами. Цель исследования заключается в разработке технологии оценки динамических состояний рабочих органов с учетом возможных динамических режимов и особенностей распределения амплитуд колебаний точек рабочего органа при одновременном действии нескольких возмущающих факторов. Используются методы структурного математического моделирования с построением эквивалентных в динамическом отношении структурных схем систем автоматического управления. Разработан метод оценки динамических свойств рабочих органов через анализ особенностей формирования распределений амплитуд колебаний точек. Предложена технология построения необходимых форм распределений амплитуд на основе использования передаточных функций межпарциальных связей исходной системы. Разработана алгоритмическая основа подходов, предложена технология построения моделей, получены аналитические соотношения, определяющие характерные формы динамических состояний.

Введение. Динамика транспортных и технологических машин отличается разнообразием и существенным влиянием на вопросы обеспечения надежности и безопасности реализации технологических процессов. Создание таких машин требует повышенного внимания к задачам оценки динамических свойств, возможностей и динамического качества машин на всех стадиях их жизненного цикла [1, 2].

Оценка возникающих динамических процессов представляет собой сложную задачу, хотя бы уже из-за размерности математических моделей, что инициирует поиск способов и средств упрощения в составлении математических моделей с целью получения возможностей аналитических исследований. В этом плане определенный интерес представляют подходы, в рамках которых физические модели технических объектов рассматриваются на уровне механических колебательных систем с несколькими степенями свободы (2-3 степени свободы), что создает условия для разработки подходов, связанных с оценкой проявлений специфичных динамических эффектов [3, 4]. В такого рода подходах внимание обычно уделяется режимам динамического гашения колебаний, связности движений по нескольким координатам, эффектам одновременного действия нескольких возмущающих факторов и др. [5, 6].

Оценка динамического состояния объекта в ряде случаев связана с детализированными рассмотрением распределений амплитуд колебаний точек объекта или особенностей формирования, так называемого, вибрационного поля. В ряде специальных случаев, связанных с обеспечением надежности работы сложного агрегата информация о вибрационных полях объекта может оказаться необходимой для оценки условий динамических нагрузок взаимодействующих

элементов объекта. Транспортные средства, а также многие технологические вибрационные машины работают в условиях вибрационного нагружения, что инициирует внимание к особенностям динамических эффектов, проявляющихся при различных формах внешних воздействий, совместных или связанных движениях, и других проявлениях динамических выбросов или резких отклонений в параметрах динамических состояний. Движение многих сложных технических объектов может сопровождаться характерными формами связности движений координат, что проявляется через фиксацию таких динамических эффектов как «узел колебаний», «центр жесткости» и др.

В предлагаемом докладе развивается методологический базис оценки возможностей механических колебательных систем с несколькими степенями свободы, как расчетных схем технических систем с рабочими органами в виде протяженных твердых тел, проявляющих при различных формах внешних воздействий, возможности проявления динамических эффектов типа «узлов колебаний» и «центров жесткости».

I. Некоторые общие положения. Построение математических моделей, постановка задачи исследования. При всем разнообразии технических объектов различного назначения при наличии в них рабочих органов или звеньев в виде протяженных массоинерционных твердых тел (динамическое состояние которых подлежит оценке), часто используется расчетная схема в виде механической колебательной системы балочного типа (рис. 1). Такая система имеет твердое тело массой M , которое обладает моментом инерции J и удерживается на опорах в виде упругих линейных элементов с жесткостями k_1 и k_2 . В данном случае, кроме упругих элементов параллельно пружинам k_1 и k_2 присоединяются типовые элементы [7] для преобразования движения (УПД), обладающие приведенными массами L_1 и L_2 . Устройства для преобразования движения могут быть реализованы на основе рычажных, зубчатых механизмов, а также – на основе несамотормозящихся винтовых механизмов (L – в этом случае определяет приведенную массу гайки-маховика) [4, 7]. Движение системы может быть описано в системах координат y_1, y_2 или y_0, φ , связанных с неподвижным базисом:

$$y_0 = ay_1 + by_2, \varphi = c(y_2 - y_1), y_1 = y_0 - l_1\varphi, y_2 = y_0 + l_2\varphi, y_E = y_0 - l_0\varphi. \quad (1)$$

Сила $\bar{Q}_0$, приложенная в т. E , может быть заменена двумя эквивалентными силовыми факторами, приложенными в тт. (A_1) и (B_1) :

$$\bar{Q}_1 = \bar{Q}_0(a - d), \quad (2) \quad \bar{Q}_2 = \bar{Q}_0(b + d). \quad (3)$$

где l_1, l_2 – расстояния до т. O ; $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}, d = \frac{l_0}{l_1 + l_2}$, l_0 – расстояние от точки приложения силы $Q_0(t)$ до центра масс т. O .

Математическая модель динамического состояния системы в операторной форме при силовом возмущении Q_0 и кинематических воздействиях $z_1(t)$ и $z_2(t)$ может быть составлена на основе обычных технологий [8] и имеет вид

$$\bar{y}_1[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] - \bar{y}_2(Jc^2 - Mab)p^2 = \bar{z}(L_1p^2 + k_1) + \bar{Q}_1, \quad (4)$$

$$\bar{y}_2[(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2] - \bar{y}_1(Jc^2 - Mab)p^2 = \bar{z}(L_2p^2 + k_2) + \bar{Q}_2. \quad (5)$$

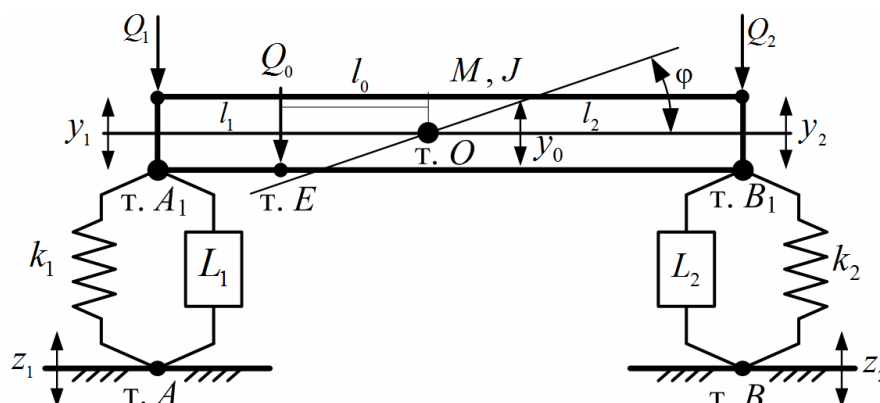


Рис. 1. Расчетная схема технического объекта с двумя степенями свободы, контактирующего с опорной поверхностью через упругие элементы k_1 и k_2 , а также УПД с параметрами L_1 и L_2

При составлении уравнений движения на основе уравнений Лагранжа 2-го рода предполагается, что система совершает малые колебания относительно положения статического равновесия или установившегося динамического состояния. Внешние кинематические возмущения $z_1(t) = z_2(t) = z(t)$ являются синфазными и гармоническими функциями; силовое воздействие $Q_0(t)$ также является гармонической синфазной функцией и приложено в точке E (на расстоянии l_0 от центра масс – т. O).

В уравнениях (4), (5) обозначено: $p = j\omega$ ($j = \sqrt{-1}$) – комплексная переменная; значок $\langle - \rangle$ над переменной означает ее изображение по Лапласу [7, 8].

Используя вышеприведенные соотношения между силовыми факторами, можно построить структурную математическую модель в виде структурной схемы эквивалентной, в динамическом отношении, системы автоматического управления (рис. 2).

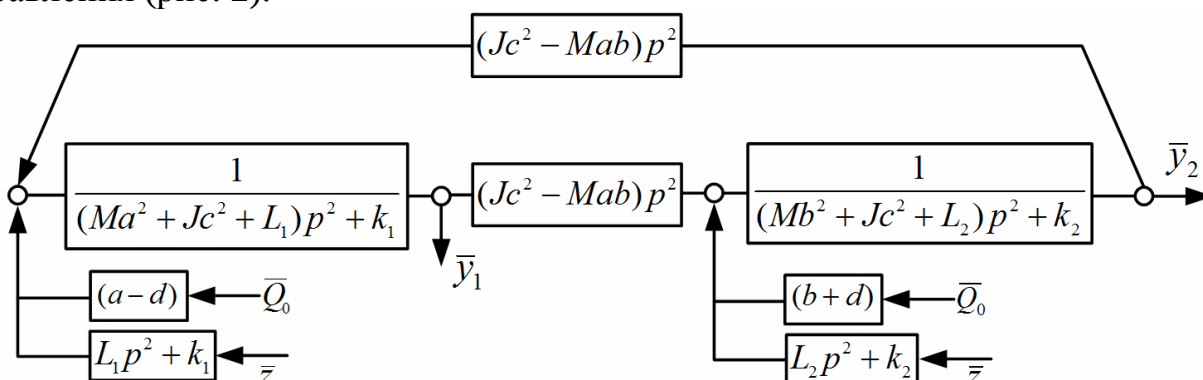


Рис. 2. Структурная математическая модель (структурная схема) исходной системы по рис. 1 в координатах $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$

Таким образом, на исходную систему, представленную структурной схемой на рис. 2, действует одновременно система из четырех сил; система внешних возмущений распределена по двум входам.

Задача исследования заключается в разработке метода математического моделирования, позволяющего оценивать возможности появления динамических эффектов в проявлениях закономерностей распределения амплитуд колебаний

точек рабочего органа по его длине при различных факторах внешнего воздействия.

II. Оценка влияния кинематических воздействий со стороны опорной поверхности

1. Рассмотрим случай, когда $\bar{Q}_0 = 0$, то есть система имеет только внешние возмущения, создаваемые вибрациями опорной поверхности. Найдем передаточные функции системы при действии кинематического возмущения $\bar{z}$, используя структурную схему на рис. 2

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{[(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2](L_1p^2 + k_1) + (L_2p^2 + k_2)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}, \quad (6)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1](L_2p^2 + k_2) + (L_1p^2 + k_1)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}, \quad (7)$$

где знаменатель дробно-рациональных выражений представляет собой характеристическое частотное уравнение:

$$A(p) = [(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] \cdot [(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2] - [(Jc^2 - Mab)p^2]^2. \quad (8)$$

Это уравнение используется для определения частот собственных колебаний системы. Из (8) следует, что система имеет две частоты собственных колебаний в общем случае.

2. Из (6) следует, что по координате $\bar{y}_1$ при действии кинематического возмущения $\bar{z}$ возможно появление двух режимов динамического гашения колебаний. Частоты динамического гашения колебаний по координате $\bar{y}_1$ могут быть найдены из частотного уравнения, полученного из «обнуления» числителя передаточной функции (6). Аналогично можно найти частоты динамического гашения колебаний по координате $\bar{y}_2$ при действии кинематического возмущения $\bar{z}$ (по двум входным каналам). Частоты динамического гашения колебаний по координате $\bar{y}_2$ определяются из частотного биквадратного уравнения, получаемого путем «обнуления» числителя передаточной функции (7).

Возможность выявления по двум координатам $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$, в общем случае, четырех частот динамического гашения колебаний можно рассматривать как некоторый «потенциал» возможных динамических выбросов или флуктуаций в динамических взаимодействиях между собой элементов системы.

В физическом смысле, режим динамического гашения колебаний в системе балочного типа с двумя степенями свободы (рис. 1) может интерпретироваться как некоторая форма возможностей появления точки типа «узла колебаний». Так, при $\bar{y}_1 = 0$ по координате другого конца рабочего органа (твердого тела) $\bar{y}_2 \neq 0$; при этом твердое тело будет совершать угловые колебательные движения относительно точки (A_1). В свою очередь, амплитуды колебаний твердого тела будут изменяться по наклонной линии: от нуля в т. (A_1), где $\bar{y}_1 = 0$, до т. (B_1), где отклонение (или поворот) по координате $\bar{y}_2$ будет максимальным.

Таким образом, наличие точки типа «узла колебаний» может соотноситься с реализациями режимов динамического гашения колебаний, определяемых из передаточных функций (6) и (7).

III. Динамические свойства при проявлениях межпарциальных связей.

Используя структурную схему на рис. 2 при $\bar{Q}_0 = 0$, построим передаточную функцию межпарциальных связей при кинематических возмущениях $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$:

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1](L_2p^2 + k_2) + (L_1p^2 + k_1)(Jc^2 - Mab)p^2}{[(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2](L_1p^2 + k_1) + (L_2p^2 + k_2)(Jc^2 - Mab)p^2}. \quad (9)$$

Из выражения (9) можно заключить, что знание амплитуд колебаний $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$, то есть знание амплитуд колебаний тт. (A_1) и (B_1) твердого тела (рис. 1), предопределяет возможность определения закономерностей распределения амплитуд по промежуточным точкам твердого тела. Если принять, что

$$\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = d_0, \quad (10)$$

то при конкретных значениях d_0 можно определить и особенности формы динамического состояния рабочего органа.

Если принять $d_0 = 1$, то можно отметить «обнуление» угловых колебаний твердого тела, тогда как сохраняется движение по вертикальному направлению.

1. Если принять $d_0 = -1$, то в данном случае твердое тело будет совершать только угловые колебания относительно особой точки, называемой «узлом колебаний». В этом случае «обнуляются» вертикальные колебательные движения твердого тела. В общем случае d_0 , как коэффициент связности движения амплитуд колебаний по координатам $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$, может принимать нулевые, отрицательные и положительные значения.

2. Введем в рассмотрение частотное уравнение, полученное из выражения (9) при $d_0 > 0$:

$$p^4[M(a + bd_0)(aL_2 - bL_1) + Jc^2(L_1 + L_2)(1 - d_0) + L_1L_2(1 - d_0)] + p^2[M(a + bd_0)(ak_2 - bk_1) + Jc^2(k_1 + k_2)(1 - d_0) + (L_1k_2 + k_1L_2)(1 - d_0)] + k_1k_2(1 - d_0) = 0 \quad (11)$$

Используя (11) при $d_0 = 1$, найдем частоту колебаний опорной поверхности, при которой «обнуляются» угловые колебания твердого тела:

$$\omega^2 = \frac{ak_2 - bk_1}{aL_2 - bL_1}. \quad (12)$$

Аналогичным образом могут быть найдены частоты, при которых реализуются другие формы взаимодействия элементов системы. Соответствующие частоты могут быть получены при отрицательных значениях d_0 ; в этом случае «узел колебаний» будет находиться на твердом теле между точками (A_1) и (B_1).

3. При $d_0 = 1$ система ведет себе так, как будто бы кинематическое внешнее воздействие трансформируется в силовое с приложением в «центре жесткости» системы. В режиме $d_0 = 1$ «узел колебаний» находится за пределами системы на бесконечно большом расстоянии.

4. При положительном значении d_0 ($d_0 > 0$) узел колебаний будет находиться за пределами твердого тела; положение «узла колебаний»

определяется из соображений подобия отношений амплитуд колебаний и величиной отрезка A_1B_1 (длины твердого тела).

IV. Особенности силового возмущения

Рассмотрим случай, когда $\bar{z}_1 = 0$, $\bar{z}_2 = 0$, а $\bar{Q}_0 \neq 0$ и находится на расстоянии l_0 от центра масс системы (рис. 1). Схема расположения точек приложения силовых возмущений приводится на структурной схеме (рис. 2). Передаточная функция межпарциальных связей в данном случае имеет вид

$$W'_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}_0} = \frac{[(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2](a-d) + (b+d)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}, \quad (12)$$

$$W'_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}_0} = \frac{[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1](b+d) + (a-d)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}. \quad (13)$$

Передаточная функция межпарциальных связей определяется выражением:

$$W'_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1](b+d) + (a-d)(Jc^2 - Mab)p^2}{[(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2](a-d) + (b+d)(Jc^2 - Mab)p^2}. \quad (14)$$

Исследование возможных ситуаций в зависимости от выбранных параметров осуществляется аналогично вышеприведенным случаям кинематического возмущения.

V. Совместное действие силовых и кинематических возмущений. В случае, когда $\bar{z}_1 \neq 0$, $\bar{z}_2 \neq 0$ и $\bar{Q}_0 \neq 0$ интерес представляет случай совместного одновременного действия, что может быть исследовано в предположении, что внешнее воздействие может быть приведено к типу силового или кинематического. Если по координате $\bar{y}_1$ суммарное возмущение имеет вид

$$\bar{z}_1(L_1p^2 + k_1) + (a-d)\bar{Q}_0, \quad (15)$$

то, используя введение коэффициентов связности

$$\bar{z}_2 = \alpha\bar{z}_1, \quad (16) \quad \text{и} \quad \bar{Q}_0 = \beta\bar{z}_1, \quad (17)$$

можно представить систему уравнений (4), (5) в операторной форме вида

$$\bar{y}_1[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] - \bar{y}_2(Jc^2 - Mab)p^2 = \bar{z}_1[(L_1p^2 + k_1) + \beta(a-d)], \quad (18)$$

$$\bar{y}_2[(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2] - \bar{y}_1(Jc^2 - Mab)p^2 = \alpha\bar{z}_1[(L_2p^2 + k_2) + \frac{\beta}{\alpha}(b+d)]. \quad (19)$$

где α , β могут быть названы коэффициентами связности кинематических и силовых возмущений соответственно; эти коэффициенты могут принимать положительные и отрицательные значения. В конкретных приложениях такие коэффициенты могут быть определены при учете конструктивно-технических особенностей объекта (например, при смещении силового фактора $\bar{Q}_0$ относительно центра масс) или определяться из предварительных соображений с последующей экспериментальной проверкой.

Таким образом, система внешних воздействий может быть приведена к эквивалентному кинематическому возмущению с последующим использованием предложенных алгоритмов составления частотных уравнений, определяющих особенности динамических состояний технических объектов.

Заключение. Совместное действие нескольких внешних возмущений на динамическое состояние механических колебательных систем могут приводить к достаточно существенным проявлениям специфических динамических режимов. Силловые внешние воздействия реализуются через непосредственные контакты с массоинерционными элементами. В свою очередь, внешние возмущения кинематического типа оказывают воздействие на систему через промежуточные структуры, что создает более сложные формы динамических взаимодействий элементов системы.

Предложен метод построения математических моделей для оценки совместного действия нескольких сил. Показано, что метод может быть реализован на основе использования передаточных функций межпарциальных связей. Получаемые соотношения могут быть трансформированы в частотные уравнения, позволяющие определять наличие характерных точек в распределении амплитуд колебаний массоинерционного элемента, динамическое состояние которого оценивается. В этом случае определяются возможности формирования «узлов колебаний» и «центров жесткости». Показано, что при совместном действии силовых и кинематических возмущений возможны их взаимные эквивалентные преобразования и приведение к одному из типовых видов. Предложен алгоритм построения аналитических соотношений, определяющих положение характерных точек распределения амплитуд колебаний или динамических состояний рабочих органов технологических машин.

Список литературы

1. Ганиев Р.Ф. Колебания твердых тел / Р.Ф. Ганиев, В.О. Кононенко. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1976 г. – 432 с.
2. Елисеев С.В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи). – Иркутск: ИрГУПС, 2018. – 692 с.
3. Елисеев С.В. Направление развития научно-технических разработок в динамике технологических вибрационных и транспортных машин / С.В. Елисеев, А.В. Николаев, А.С. Миронов, К.Ч. Выонг. – Иркутск, 2018. – 95 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 27.07.2018, № 88-B2018.
4. Методологические основы решения задач динамики взаимодействия элементов технологических машин с неустойчивыми связями / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев, А.И. Орленко, Ю.В. Ермошенко и др. – Иркутск, 2018. – 269 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 17.09.2018, № 105-B2018.
5. Елисеев С.В. Новые подходы в оценке динамических свойств технических объектов при одновременном действии нескольких гармонических возмущений / С.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, К.Ч. Выонг // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2018. Т. 22. № 6 (137). С. 19-33.
6. Елисеев С.В. Развитие подходов в задачах динамики технологических машин и транспортных средств при вибрационных нагрузках / С.В. Елисеев, Р.С. Большаков, А.В. Николаев // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2018. № 3 (64). С. 44-53.
7. Eliseev S.V. Dynamics of mechanical systems with additional ties / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu.N. Reznik, A.P. Khomenko. – Irkutsk: Irkutsk State University. – 2006. – 315 p.
8. Елисеев С.В. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко, А.А. Засядко. – Иркутск: изд-во ИГУ, 2008. – 523 с.

Сведения об авторах:

Елисеев Сергей Викторович – д.т.н., профессор, советник при ректорате по научной работе, ИрГУПС, г. Иркутск;

Каргапольцев Сергей Константинович – д.т.н., профессор, ректор ИрГУПС, г.Иркутск;

Миронов Артем Сергеевич – соискатель ИрГУПС, г. Иркутск.

SOME APPROACHES TO EVALUATING THE POSSIBILITIES OF CHANGING THE DYNAMIC STATES OF THE TECHNICAL OBJECT

Eliseev S.V., Kargapoltsev S.K., Mironov A.S.

Keywords: mathematical model, mechanical oscillatory system, transfer function, distribution of vibration amplitudes, dynamical regimes, oscillation nodes.

Abstract. A method is being developed for constructing mathematical models for technical objects displayed by computational schemes in the form of mechanical oscillatory systems with lumped parameters. The purpose of the research is to develop a technology for evaluating the dynamic states of working bodies, taking into account possible dynamic regimes and features of the distribution of oscillation amplitudes of the points of the working body with the simultaneous action of several disturbing factors. The methods of structural mathematical modeling with the construction of dynamically equivalent structural schemes of automatic control systems are used. A method has been developed for evaluating the dynamic properties of working bodies through the analysis of the formation features of distribution of oscillation amplitudes of points. A technology is proposed for constructing the necessary forms of amplitude distributions based on the use of transfer functions of interpartial connections of the original system. The algorithmic basis of the approaches has been developed, the technology for constructing models has been proposed, analytical relations have been obtained that determine the characteristic forms of dynamic states.

References

1. Ganiev R.F. Vibration of solids / R.F. Ganiev, V.O. Kononenko. – M: Science, main edition of the physical and mathematical literature, 1976. – 432 p.
2. Eliseev S.V. Applied system analysis and structural mathematical modeling (dynamics of transport and technological machines: connectivity of motions, vibrational interactions, lever linkages). – Irkutsk: ISTU, 2018. – 692 p.
3. Eliseev S.V. The direction of development of scientific and technical developments in the dynamics of technological vibration and transport machines / S.V. Eliseev, A.V. Nikolaev, A.S. Mironov, Q.T. Vuong. – Irkutsk, 2018. – 95 p. – DEP. in VINITI RAS 27.07.2018, № 88-B2018.
4. Methodological bases for solving problems of the dynamics of interaction of elements of technological machines with non-retaining links / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev, A.I. Orlenko, Yu.V. Ermoshenko and other. – Irkutsk, 2018. – 269 p. – Dep. in VINITI RAS 17.09.2018, No 105-B 2018.
5. Eliseev S.V. New approaches in evaluating the dynamic properties of technical objects under the simultaneous action of several harmonic perturbations / S.V. Eliseev, N.K. Kuznetsov, Q.T. Vuong // Bulletin of the Irkutsk State Technical University. 2018. Vol. 22.No 6 (137). P. 19-33.
6. Eliseev S.V. Development of approaches in the tasks of the dynamics of technological machines and vehicles under vibration loads / S.V. Eliseev, R.S. Bolshakov, A.V. Nikolaev // Bulletin of the Bryansk State Technical University. – 2018. № 3 (64). P. 44-53.
7. Eliseev S.V. Dynamics of mechanical systems with additional ties / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu.N. Reznik, A.P. Khomenko. – Irkutsk: Irkutsk State University. – 2006. – 315 p.
8. Eliseev S.V. Dynamic synthesis in generalized tasks of vibration protection and vibration isolation of technical objects / S.V. Eliseev, Yu.N. Reznik, A.P. Khomenko, A.A. Zasyadko. – Irkutsk: pub. ISU, 2008. – 523 p.