

## АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ РОТАЦИОННО-МАЯТНИКОВОГО УДАРНОГО МЕХАНИЗМА

**Еремьянц В.Э., Кынатбекова Н.Н.**

*Институт машиноведения и автоматики Национальной академии наук  
Кыргызской Республики, г. Бишкек*

**Ключевые слова:** ротационно-маятниковый ударный механизм, динамическая модель, уравнение движения, анализ его решения.

**Аннотация.** С использованием программы MathCAD получено решение уравнения движения ротационно-маятникового ударного механизма, состоящего из ротора, вращающегося с постоянной угловой скоростью, на котором шарнирно закреплен маятник с бойком, наносящем удар по инструменту. Приведен пример графиков зависимостей угла перемещения маятника, его скорости и ускорения относительно ротора от времени. На основе их анализа установлены закономерности изменения кинематических параметров относительного движения маятника – его амплитуды, частоты, скорости и ускорения от скорости ротора и соотношения длин звеньев механизма. Использование этих закономерностей позволяет осуществлять выбор рациональных параметров ротационно-маятниковых ударных механизмов, удовлетворяющих заданным условиям.

## ANALYSIS OF ROTARY-PENDULUM KINEMATICS IMPACT MECHANISM

**Erem'yants V.E., Kynatbekova N.N.**

*Institute of Mechanical Engineering and Automation  
of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, Bishkek*

**Keywords:** rotary pendulum percussion mechanism, dynamic model, equation of motion, analysis of its solution.

**Abstract.** Using the MathCAD programs, a solution was obtained for the equation of motion of a rotary-pendulum percussion mechanism consisting of a rotor rotating at a constant angular velocity, on which a pendulum with a striker striking the tool is hinged. An example of the graphs of the dependences of the angle of displacement of the pendulum, its speed and acceleration relative to the rotor on time is given. On the basis of their analysis, the regularities of changes in the kinematic parameters of the relative motion of the pendulum - its amplitude, frequency, speed and acceleration from the rotor speed and the ratio of the lengths of the links of the mechanism - have been established. The use of these regularities allows the selection of rational parameters of the rotary-pendulum percussion mechanisms that satisfy the given conditions.

Ротационно-маятниковый ударный механизм состоит из ротора 1 (рис. 1, а), на котором шарнирно закреплен маятник 2 с бойком 3, наносящем удар по инструменту или наковальне 4. В предыдущей статье [1] выведено уравнение движения этого механизма, при допущении, что угловая скорость ротора постоянная. Это обеспечивается исключением или минимизацией реакции  $Q$ , действующей на ротор при ударе, за счет выбора рациональной длины маятника. Методика расчета этой длины приведена в работах [2, 3].

При указанном допущении уравнение движения ударного механизма имеет следующий вид [1]:

$$\ddot{\psi} + \dot{\psi}^2 g \sin \psi + b \sin \psi = 0. \quad (1)$$

где  $\psi$  – угол поворота маятника относительно ротора, рад:

$$\psi = \varphi_2 - \varphi_1,$$

$\varphi_1, \varphi_2$  – соответственно углы поворота ротора и маятника относительно неподвижной системы координат (рис. 1, б),

$$g = \left( \frac{k(k^2 + 1 + 2k \cos \psi)}{1 + \xi(k^2 + 1 + 2k \cos \psi)} \right); \quad b = \frac{\xi \omega_1^2 k(k^2 + 1 + 2k \cos \psi)}{1 + \xi(k^2 + 1 + 2k \cos \psi)}, \quad (2)$$

$$k = l_1 / l_2; \quad \xi = 2m_2 l_2^2 / J_{2C}.$$

$l_1$  – расстояние от оси ротора до оси маятника, м;  $l_2$  – длина маятника, м;  $m_2$  – масса бойка, кг;  $J_{2C}$  – момент инерции бойка относительно его центра тяжести, кгм<sup>2</sup>,  $\omega_1$  – угловая скорость ротора, с<sup>-1</sup>.

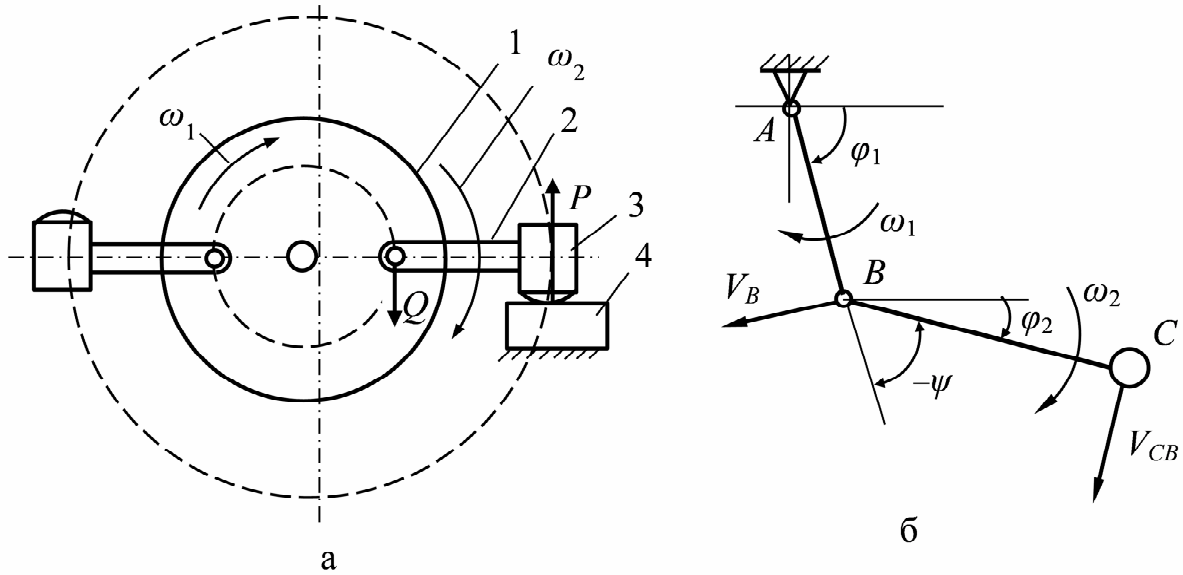


Рис. 1. Конструктивная (а) и расчетная (б) схемы ротационно-маятникового ударного механизма

Примем, что в начальный момент времени

$$\psi(0) = 0, \quad \dot{\psi}(0) = \dot{\psi}_0, \quad (3)$$

Остановимся подробнее на определении начального значения относительной скорости  $\dot{\psi}_0$ . Если перед ударом бойком по наковальне (рис. 2 а) при  $\psi(t) = 0$  его скорость  $V_{C-}$  составляла:

$$V_{C-} = \omega_1 l_1 + \omega_2 l_2, \quad (4)$$

а после удара (рис. 2, б):

$$V_{C+} = -R(\omega_1 l_1 + \omega_2 l_2),$$

где  $\omega_{2-}, \omega_{2+}$  – угловые скорости маятника соответственно до и после удара, с<sup>-1</sup>;  $R$  – коэффициент восстановления скорости бойка при ударе; то относительная угловая скорость маятника после удара связана с относительной скоростью до удара соотношением:

$$\dot{\psi}_0 = \dot{\psi}_{0+} = -(1+k)(1+R)\omega_1 - R\dot{\psi}_{0-}. \quad (5)$$

В частном случае, если коэффициент восстановления скорости при ударе равен нулю, имеем

$$\dot{\psi}_0 = -(1+k)\omega_1. \quad (6)$$

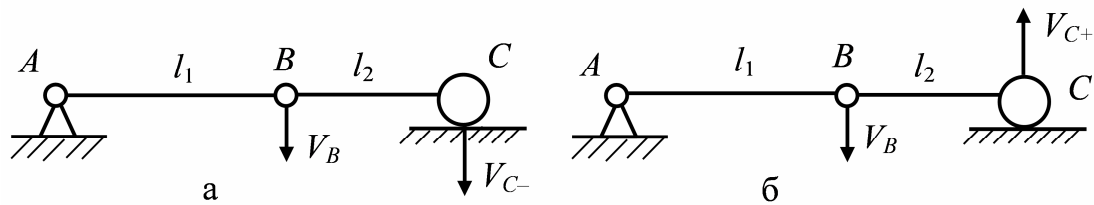


Рис. 2. К определению относительной скорости маятника после удара

Уравнение (1) решалось при этих начальных условиях с использованием программы Mathcad 15. При этом значение параметра  $\xi$  принималось равным четырем, что примерно соответствовало этому параметру в экспериментальном стенде [4, 5].

В результате решения были получены графики зависимостей от времени угла поворота маятника относительно ротора  $\psi(t)$ , его скорости  $d\psi/dt$  и ускорения  $d^2\psi/dt^2$  при различных соотношениях длин ротора и маятника  $k$  и различной скорости вращения ротора, изменяющейся от 20 до 100  $\text{с}^{-1}$ .

В качестве примера на рисунке 3 приведены эти графики для скорости движения ротора, равной 40  $\text{с}^{-1}$ . Графики зависимостей  $\psi(t)$  (рис. 3, а) близки к гармоническим, описываемым функцией:

$$\psi(t) = A \sin n\omega_1 t,$$

где  $A$  – амплитуда колебаний, рад;  $n$  – безразмерный коэффициент частоты колебаний;  $\omega_1$  – угловая скорость ротора,  $\text{с}^{-1}$ .

Звенья механизма выстраиваются в одну линию, когда угол  $\psi$  равен нулю, т.е. в момент времени:

$$t^* = \frac{\pi i}{\omega_1 n}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Из графиков следует, что при четных значениях  $i$  маятник проходит это положение с отрицательной скоростью, а при нечетных – с положительной. Следовательно, в ударном механизме должно выполняться условие  $i = 1, 3, \dots$

В этот момент угол поворота ротора составляет:

$$\varphi_1^* = \omega_1 t^* = \pi i / n, \quad i = 1, 3, 5, \dots$$

Первое раскрытие маятника с положительной скоростью равно полупериоду его колебаний. В этот момент скорость ударной массы в соответствии с формулой (4) и учетом, что  $\omega_2 = \dot{\psi} + \omega_1$  равна:

$$V_C = (2 + k)\omega_1 l_2. \quad (7)$$

Если коэффициент восстановления скорости при ударе равен нулю, то следующий цикл движения маятника будет аналогичен предыдущему. Если это условие не выполняется, то надо продолжить расчеты до достижения установившегося режима движения.

Анализ графиков, полученных при различных угловых скоростях ротора, показал, что амплитуда колебаний маятника относительно ротора не зависит от его угловой скорости, и мало зависит от отношения длин звеньев механизма  $k$  (табл. 1).

Увеличение коэффициента  $k$  от 1,0 до 2,5 приводит к снижению амплитуды колебаний маятника  $A$  на 20% (от 124 до 100 градусов). При этом коэффициент

частоты  $n$  возрастает в 2,13 раз, а период колебаний  $T$  уменьшается во столько же раз.

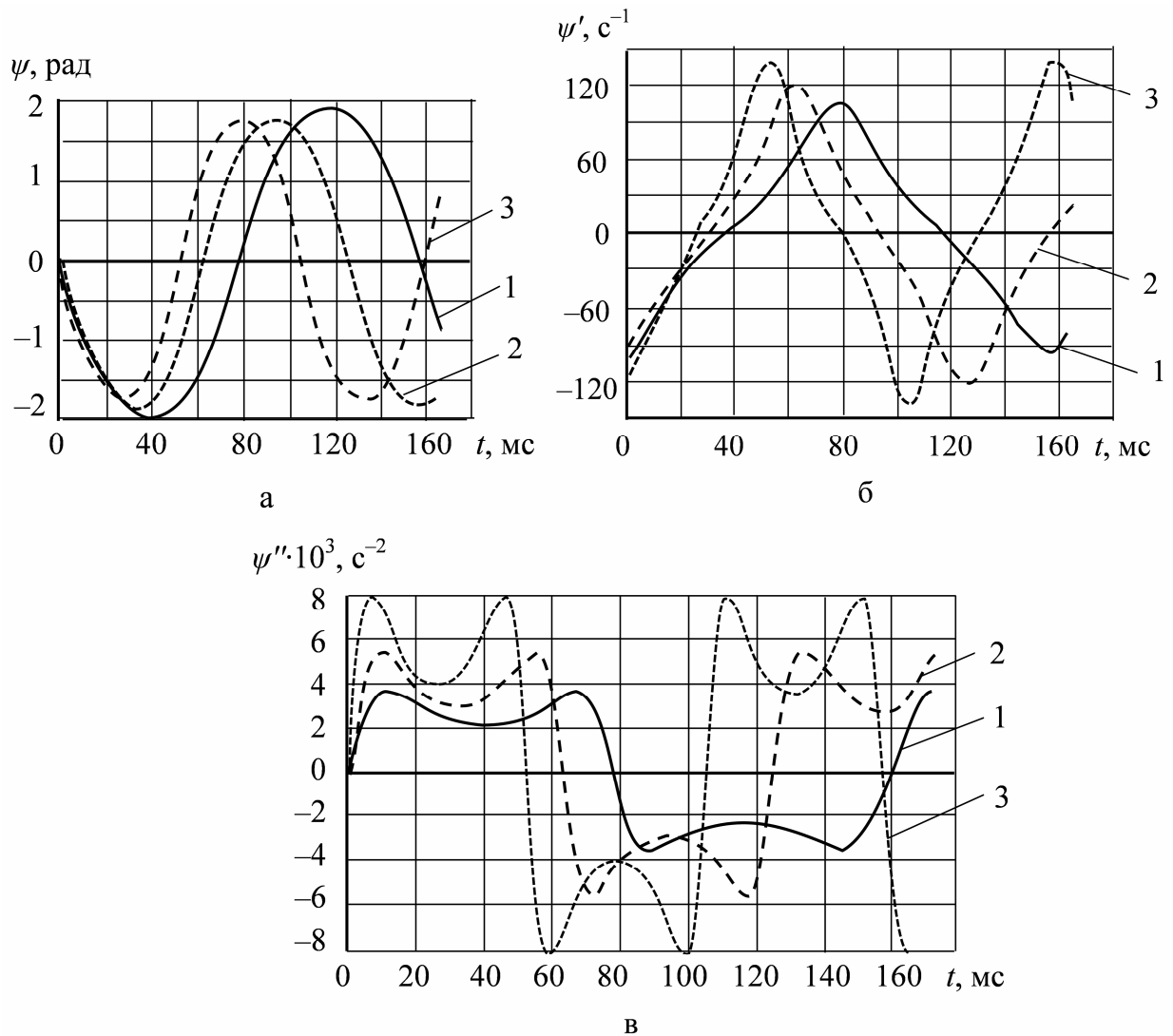


Рис. 3. Графики зависимости угла поворота маятника относительно ротора (а), его скорости (б) и ускорения (в) от времени:  
1 –  $k = 1,5$ ; 2 –  $k = 2,0$ ; 3 –  $k = 2,5$ .  $\omega_1 = 40 \text{ c}^{-1}$

Табл. 1. Результаты расчета в Маткад параметров колебаний маятника при различных скоростях ротора

| $\omega_1, \text{c}^{-1}$                  | 20     | 37,7        | 40          | 60          | 80  | 100 |
|--------------------------------------------|--------|-------------|-------------|-------------|-----|-----|
| Период колебаний $T$ , мс                  |        |             |             |             |     |     |
| $k = 1,0$                                  | 448    | 240         | 224         | 150         | 112 | 89  |
| $k = 1,5$                                  | 310    | 165         | 156         | 103         | 78  | 62  |
| $k = 2,0$                                  | 250    | 133         | 125         | 83          | 62  | 50  |
| $k = 2,5$                                  | 210    | 112         | 106         | 70          | 52  | 42  |
| Параметры, не зависящие от скорости ротора |        |             |             |             |     |     |
| $k$                                        | 1,0    | 1,5         | 2,0         | 2,5         |     |     |
| $A$ , рад                                  | 2,170  | 1,920       | 1,792       | 1,724       |     |     |
| $A^\circ$                                  | 124    | 110         | 103         | 99          |     |     |
| $n$                                        | 0,7004 | 1,0109      | 1,2566      | 1,4948      |     |     |
| $\varphi_1^\square$ , град                 | 257    | 178, 534... | 143, 429... | 120, 360... |     |     |

При принятых исходных данных предпочтительным является коэффициент  $k$ , равный 2,5. В этом случае полное раскрытие маятника с положительной скоростью первый раз происходит при угле поворота ротора на  $120^\circ$ , а второй при  $360^\circ$ .

Скорость соударения ударной массы с инструментом в этом случае равна  $4,5\omega_1$ , и при коэффициенте восстановления скорости при ударе равным нулю сразу реализуется установившийся режим движения. Скорость ротора  $\omega_1$  выбирается, исходя из ограничений на напряжения, возникающие в элементах ударной системы, которые связаны со скоростью удара  $V$ . Обычно в горной практике допускаемую скорость  $[V]$  принимают равной 10 м/с. Отсюда, учитывая соотношение (7), можно найти, что в рассматриваемом примере, это обеспечивается при

$$\omega_1 \leq \frac{[V]}{(2+k)l_2}.$$

Например, в существующей конструкции экспериментального стенда [4]  $k = 1,5$ ,  $l_2 = 0,04$  м и  $\omega_1 \leq 71,4 \text{ с}^{-1}$ . При  $k = 2,5$ ,  $l_1 = 0,1$ ,  $\omega_1 \leq 55,5 \text{ с}^{-1}$ .

В таблице 2 приведены значения максимальных угловых ускорений маятника относительно ротора  $d^2\psi/dt^2$  при различных угловых скоростях ротора и значениях коэффициента  $k$ . Эти ускорения определяют тангенциальную составляющую инерционных сил, которые, в основном, и являются причиной колебания маятника. Из данных этой таблицы следует, что существенное влияние на этот параметр оказывают как скорость вращения ротора, так и коэффициент отношения длин звеньев  $k$ . Например, с увеличением скорости вращения ротора в пять раз угловое ускорение маятника, а, следовательно, и тангенциальная составляющая сил инерции, при  $k$  равном 1,0 возрастает в 24,7 раз, а при  $k$  равном 2,5 – в 24,8 раз, то есть практически одинаково.

С увеличением  $k$  от 1,0 до 2,5 угловое ускорение маятника возрастает в 4 раза.

Табл. 2. Максимальные значения угловых ускорений маятника относительно ротора

| $\omega_1, \text{с}^{-1}$      |           | 20   | 40   | 60    | 80    | 100   |
|--------------------------------|-----------|------|------|-------|-------|-------|
| $\psi''_{\max}, \text{с}^{-2}$ | $k = 1,0$ | 495  | 2000 | 4520  | 8000  | 12230 |
|                                | $k = 1,5$ | 883  | 2530 | 7900  | 14120 | 22200 |
|                                | $k = 2,0$ | 1350 | 5470 | 12350 | 22100 | 33930 |
|                                | $k = 2,5$ | 2000 | 8000 | 17300 | 31500 | 49700 |

Следует отметить, что в данной работе рассмотрен частный случай, когда параметр  $\xi$  равен четырем, а коэффициент восстановления скорости ударной массы при ударе равен нулю. Но, если параметр  $\xi$  из-за конструктивных ограничений изменяется мало, то коэффициент восстановления скорости ударной массы при ударе  $R$  в зависимости от параметров и материала инструмента, а также свойств обрабатываемого объекта может изменяться в широком диапазоне – теоретически от 0 до 1. Поэтому дальнейшей задачей данной работы является установление влияния коэффициента восстановления скорости ударной массы на

динамику переходного процесса рассматриваемого механизма. Это позволит уточнить выбор рациональных параметров механизма.

#### **Список литературы**

1. Еремьянц В.Э., Усубалиев Ж., Кынатбекова Н.Н. Динамическая модель ротационного маятника в поле инерционных сил // Современные проблемы теории машин. – 2021. – №11. – С. 20-25.
2. Еремьянц В.Э. Пример выбора рациональных параметров ударной системы ротационного ударного механизма // Машиноведение. 2020. №1(11), 2020. С. 84-90.
3. Еремьянц В.Э., Колесников Н.А. Динамика коромысловых ударных систем. – М.: РУСАЙНС, 2021. – 106 с.
4. Райымбабаев, Т.О., Кынатбекова Н.Н. Экспериментальный стенд по определению колебаний угловой скорости вала ротора ударного механизма переменной структуры с динамической связью // Машиноведение. 2019. №2(10). С. 27-38.
5. Усубалиев Ж., Эликбаев К.Т., Кынатбекова Н.Н., Райымбабаев Т.О. Результаты экспериментальных исследований образца ударного МПС с динамической связью // Машиноведение. 2020. №1(11). С. 73-83.

#### Сведения об авторах:

*Еремьянц Виктор Эдуардович* – д.т.н., профессор, главный научный сотрудник отдела инноваций и новых технологий, Имаш НАН КР, г. Бишкек;

*Кынатбекова Нуржамал Нуржановна* – младший научный сотрудник лаборатории Камнедобывающие комплексы, Имаш НАН КР, г. Бишкек.